

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
ARGENTINA

Estudio de la estructura nuclear del ^{26}O mediante el formalismo de capas con energía compleja

TESINA PARA LA CARRERA LICENCIATURA EN FÍSICA

Autor:

Santiago AFFRANCHINO

Director:

Rodolfo Mohamed Id BETAN

Abril 2019

Resumen

En este trabajo se estudia la estructura nuclear de los isótopos del Oxígeno ^{17}O , ^{18}O , ^{25}O y ^{26}O . Para ésto se usa el modelo de capas, en la aproximación de campo medio, con energías complejas, denominada representación de Berggren. Esta representación trata del mismo modo a los estados ligados (con energía real negativa), a las resonancias o estados de Gamow (con energía compleja), y los estados de dispersión. El formalismo presentado permite estudiar tanto los núcleos de la línea de estabilidad, como por ejemplo el ^{18}O , así como los núcleos cercanos a la denominada línea de goteo (núcleos en el límite de la estabilidad), como por ejemplo el ^{26}O . Éstos últimos presentan características anómalas y son llamados núcleos exóticos. El estudio de estos núcleos es de gran interés en el área de la física nuclear a nivel teórico y experimental, por lo que es necesario buscar métodos que puedan describirlos satisfactoriamente. Con los métodos descritos se analizaron los efectos de los estados del continuo resonante y no resonante en las propiedades de núcleos estables e inestables. En particular se estudió el espectro de energía y la función de onda para analizar la estabilidad de los núcleos en función de su cercanía a la línea de estabilidad. Se obtuvieron resultados adecuados para el espectro de energía y la distribución espacial de los nucleones de valencia de los núcleos estudiados. Se pudo estudiar además, la influencia de los estados del continuo mediante el análisis de las probabilidades de ocupación de cada nucleón como función de la representación de Berggren.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 9 |
| 2. Modelo de capas de partículas independientes | 13 |
| 2.1. Potencial nuclear | 16 |
| 3. Representación de Berggren | 21 |
| 3.1. Ortonormalidad y completitud | 21 |
| 3.2. Aplicación al modelo de capas | 26 |
| 4. Propiedades del núcleo ^{17}O | 28 |
| 5. Modelo de capas con interacción | 33 |
| 5.1. Extension al plano complejo de energía | 37 |
| 6. Propiedades del núcleo ^{18}O | 43 |
| 6.1. Movimiento de los polos en el plano complejo de energía | 49 |
| 7. Propiedades en la línea de goteo | 56 |
| 7.1. Densidad nuclear: Halos y 'Neutron Skin' | 59 |
| 7.2. Sistemas Borromeanos | 64 |
| 7.3. Cambios en los números mágicos | 65 |
| 8. Propiedades del núcleo ^{25}O | 68 |

| | |
|---|-----------|
| 9. Propiedades del núcleo ^{26}O | 72 |
| 9.1. Movimiento de los polos como función de la interacción | 76 |
| 10. Discusión | 83 |

Índice de figuras

| | |
|--|----|
| 2.1. Espectro de energía nuclear de una partícula. Los números de nucleones que representan una capa llena son denominados números mágicos [2]. | 14 |
| 2.2. Comparación de los potenciales, oscilador armónico y Wood-Saxon [4]. | 18 |
| 2.3. Diferencias en el espectro de energía del núcleo considerando: izq.: Oscilador armónico, centro: Wood-Saxon Der. :Wood-Saxon con espín-órbita. El potencial espín-órbita rompe la degeneración $j = l \pm 1/2$ [4]. | 19 |
| 2.4. El pico corresponde al potencial de interacción espín-órbita del tipo derivada de Wood-Saxon; mientras el pozo corresponde al potencial Woods-Saxon [5]. | 20 |
| 3.1. Plano de energía compleja donde se observan los elementos de la representación, resonancias se muestran como círculos vacíos, las energías ligadas como puntos llenos y las energías de los estados de dispersión son las pertenecientes al contorno L^+ como conjunto continuo a la izquierda y después de discretizarlos a la derecha | 27 |
| 4.1. Espectro experimental de energía para el ^{17}O [10]. | 30 |

| | | |
|------|---|----|
| 4.2. | Parte real (negro) y parte imaginaria (rojo) de la función de onda de los estados ligados del ^{17}O | 30 |
| 4.3. | Parte real (negro) y parte imaginaria (rojo) de la función de onda para los estados resonantes del ^{17}O | 31 |
| 5.1. | Contorno en el plano de energía complejo de una partícula (izquierda) y dos partículas (derecha). Con este contorno la región físicamente relevante esta cubierto de soluciones de orden cero. | 38 |
| 5.2. | Contorno de una partícula (izquierda) y dos partículas (derecha). Se observa, en el espacio de dos partículas, una región libre donde se espera encontrar las resonancias de interés. . . . | 39 |
| 5.3. | Contorno de una partícula (izquierda) y dos partículas (derecha) discretizados. Las resonancias de dos partículas (círculos vacíos) se encuentran en el área de energías permitidas. | 39 |
| 6.1. | Espectro experimental del ^{18}O [10] | 46 |
| 6.2. | Variación de las energías de los estados 0^+ del ^{18}O como función de la intensidad de la interacción. | 50 |
| 6.3. | Comportamiento detallado de los polos correspondientes a los estados ligados E_0 y E_1 al variar la intensidad de interacción G_α | 52 |
| 6.4. | Comportamiento detallado de la resonancia E_2 al variar la intensidad de interacción | 53 |
| 6.5. | Amplitud cuadrada de las funciones de onda del estado fundamental E_0 (izq.) y el primer estado excitado E_1 (der.), correspondiente al valor de intensidad experimental $G_\alpha = 18,5$ MeV. | 54 |

| | | |
|------|---|----|
| 6.6. | Amplitud cuadrada de la función de onda de la resonancia $E_2 = (0,965, -0,092)$ MeV, correspondiente al valor de intensidad experimental $G_\alpha = 18,5$ MeV. | 55 |
| 7.1. | Gráfica de Segre representando a todos los nucleidos $A = N + Z$ como función del número de neutrones N y protones Z . La región en negro representa los núcleos estables [12]. | 57 |
| 7.2. | Región de nucleos livianos y mediano de la tabla de nucleido, Se dan los tiempos de vida medio. | 58 |
| 7.3. | dripline | 59 |
| 7.4. | radio cuadrático medio para distintos núcleos. Se observa que los isotopos inestables se comportan distinto de los estables[13]. | 60 |
| 7.5. | Radio medio para neutrones y protones como función del número de neutrones N para los isótopos del Na. Se observa que para N grande los neutrones tienden a distribuirse a distancias mayores que los neutrones. [15] | 61 |
| 7.6. | Radio medio de los isotopos del Helio y el Litio [16]. Se observa una gran variación del radio medio en nucleos que tienen estructura de halo como el ${}^6\text{He}$ y el ${}^{11}\text{Li}$ | 62 |
| 7.7. | Densidad espacial del ${}^{11}\text{Li}$ comparada con el carozo ${}^9\text{Li}$. [17] | 63 |
| 7.8. | La distribución de un halo(izq) cae lentamente a cero y se extiende a radios muy grandes. La distribución de neutron "skin"(der) se comporta similar a la distribución de protones con un radio mayor. | 63 |

| | |
|--|----|
| 7.9. Anillos Borromeanos (<i>izq.</i>) tomado del Escudo de la Familia Borromeo. Representa un sistema unido. Si se separa uno de los anillos, los otros dos también se desunen. El sistema nuclear ^{11}Li (<i>der.</i>) formado por un carozo y dos nucleones de valencia, tienen la misma significación. | 65 |
| 7.10. Números mágicos en la vecindad de las líneas de goteo de protones y neutrones [20, 23]. | 67 |
| 8.1. Parte real e imaginaria de las funciones de onda de los estados $d_{3/2}$ y $f_{7/2}$ de un neutrón en el núcleo ^{24}O . Ambos estados corresponden a resonancias del ^{25}O | 70 |
| 8.2. Parte real e imaginaria de la función de onda de un neutrón en el estado resonante $p_{3/2}$ del núcleo ^{25}O | 71 |
| 9.1. Comportamiento de los polos del ^{26}O al variar la intensidad de interacción G_α | 77 |
| 9.2. Comportamiento detallado de las resonancias al variar la intensidad de interacción | 78 |
| 9.3. Amplitud cuadrada de la función de onda del estado fundamental resonante $E_0 = (0,018, -0,177)$ MeV, con $G_\alpha = 8,93$ MeV. | 81 |
| 9.4. Amplitud cuadrada del estado excitado $E_1 = (4,062, -0,310)$ MeV con $G_\alpha = 8,93$ MeV. | 82 |

Índice de tablas

| | | |
|------|--|----|
| 4.1. | parámetros para el potencial correspondiente al núcleo ^{17}O . . . | 29 |
| 4.2. | Niveles de energía del ^{17}O calculados con el código Gamow y experimentales. | 29 |
| 6.1. | Estados correspondientes al espacio modelo del sistema ^{17}O con los valores de energía calculados con el código Gamow comparado con los valores experimentales. | 44 |
| 6.2. | Estudio de la convergencia del estado fundamental y los dos primeros estados excitados O^+ del ^{18}O con respecto al número de estados n_g de dispersión del contorno. | 45 |
| 6.3. | Energías correspondientes a los tres primeros estados 0^+ del ^{18}O calculados numéricamente en la representación de Berggren. | 46 |
| 6.4. | Composición del estado fundamental 0_1^+ del ^{18}O | 48 |
| 6.5. | Composición del estado primer estado (ligado) excitado 0_2^+ del ^{18}O | 48 |
| 6.6. | Composición del segundo estado (resonancia) excitado 0_3^+ del ^{18}O | 49 |
| 6.7. | Variación de la composición del estado fundamental E_0 al au- mentar la intensidad de interacción. | 51 |
| 6.8. | Variación de la composición de la resonancia de dos partículas E_2 al aumentar la intensidad de interacción. | 51 |

| | | |
|------|---|----|
| 8.1. | Parámetros para el potencial que define el campo medio correspondiente un neutrón en el núcleo ^{24}O | 69 |
| 8.2. | Niveles de energía correspondientes al ^{25}O obtenidas con el código Gamow según los parámetros de la Tabla 8.1. | 69 |
| 9.1. | Estados calculados con el código Gamow correspondientes al ^{25}O con los parámetros mencionados en el texto. | 73 |
| 9.2. | Energías y amplitudes del estado fundamental 0_1^+ y el primer estado excitado 0_2^+ del ^{26}O para el valor experimental de $G_\alpha = 8,93$ MeV. | 74 |
| 9.3. | Composición del estado fundamental (resonancia) 0_1^+ del núcleo ^{26}O con energía $E_0 = (0,018, -0,177)$ MeV. | 75 |
| 9.4. | Composición del primer estado excitado 0_2^+ del núcleo ^{26}O con energía $E_1 = (4,062, -0,310)$ MeV. | 76 |
| 9.5. | Variación de la composición del estado E_0 al aumentar la intensidad de interacción | 79 |
| 9.6. | Variación de la composición de la resonancia de dos partículas E_1 al aumentar la intensidad de interacción | 80 |

Capítulo 1

Introducción

La física nuclear se enfoca en el problema de describir la estructura nuclear y las propiedades del núcleo atómico. Este problema involucra el estudio de sistemas de muchos cuerpos que interactúan entre sí mediante fuerzas nucleares que no están perfectamente entendidas. La complejidad de esta tarea da lugar a la creación de métodos y modelos que permiten combinar el conocimiento teórico con lo que se el estudio fenomenológico que permiten reproducir propiedades observadas y estudiar y predecir nuevas en base a los datos experimentales disponibles.

Este trabajo tiene por objetivo familiarizarse con el modelo de capas en el plano de energía complejo y con algunas de las características más comunes de este método, conocido en la bibliografía como 'Complex Energy Shell Model' o 'Gamow Shell Model'. Nos proponemos estudiar los isótopos del Oxígeno en distintas regiones de estabilidad.

Se comenzará introduciendo el modelo de capas nuclear para nucleones sin interacción (Capítulo 2), que permite describir la dinámica de un nucleón usando un potencial central efectivo generado por el resto de los nucleones. Este método es muy práctico, dado que eligiendo un potencial adecuado, se

logra reproducir muchas propiedades de los núcleos.

En la observación y el estudio de algunas propiedades nucleares se encuentra que los estados del espectro continuo de energía, esto es, los estados no ligados del sistema, pueden influir en procesos experimentales, por lo cual resultan relevantes en la descripción del sistema. En muchos casos estos estados pueden mostrar propiedades análoga a los estados ligados, resulta por lo tanto, importante incorporar estos estados en la descripción del sistema. En el Capítulo 3 se presenta un método que permite incorporar los estados del continuo, tanto los estados resonantes como los no resonantes, en la descripción de las propiedades de los núcleos. Utilizando los resultados introducidos por Berggren para mostrar que es posible formar un conjunto completo y ortonormal que incluya los estados no ligados, es posible trabajar en una representación en el plano de energía complejo que permite tratar tanto núcleos ligados como núcleos no ligados de manera análoga.

En el capítulo 4 se presenta la aplicación de nuestro formalismo al estudio del núcleo ^{17}O . Este es un ejemplo de núcleo ligado ubicado en la línea de estabilidad de la tabla nuclear. En este capítulo se calculan numéricamente, las energías del estado fundamental y de los primeros estados excitados del núcleo ^{17}O y se compara con el espectro de energía experimental. Se obtienen además, las funciones de onda de estos estados cuyo estudio permite percibir con mayor claridad la similitudes entre estados del continuo y estados ligados. Debido a que el ^{17}O es un núcleo estable con estados muy ligados y con gran cantidad de datos experimentales, resulta un muy buen candidato para iniciar nuestro estudio sobre las propiedades nucleares.

El modelo de capas de partículas independientes puede extenderse para permitir el estudio partículas interactuantes. Este modelo consiste en establecer el campo medio, como en el modelo de partícula independiente, completar

los niveles de energía respetando el principio de exclusión de Pauli hasta completar ciertos números mágicos para protones y neutrones (carozo), y luego considerar la interacción entre las partículas restantes a través de una interacción residual. El uso de este modelo resulta importante para casos en los que se tiene un núcleo particularmente estable con un número de nucleones externos cuya interacción no pueda despreciarse.

En el capítulo 7 se desarrolla el formalismo para el estudio de núcleos compuestos por un carozo inerte más dos partículas en el exterior del núcleo carozo. Luego, el método descrito en el Capítulo 3, llamado representación de Berggren, para la descripción de un sistema de una partícula en el plano de energía complejo, se extiende para el modelo de dos partículas donde, ahora el plano complejo de energía, corresponde al de dos partículas. Este modelo se aplica al caso del ^{18}O (capítulo 6) considerando dos neutrones de valencia en el exterior del carozo ^{16}O . Se utiliza para esto el espectro del ^{17}O obtenidos mediante el modelo de capas simple. Se analiza el espectro de energía obtenido, en comparación con los datos experimentales disponibles, y se estudia la composición de los estados de dos neutrones en función de la representación de Berggren, así como el efecto que tiene la interacción sobre los estados del ^{18}O .

A medida que uno se aleja de la línea de estabilidad nuclear, por ejemplo agregando neutrones a un dado núcleo, los núcleos se hacen más inestables, hasta que finalmente, el núcleo siguiente no es ligado. Bajo estas circunstancias, la energía de separación de un nucleón es cero. La región definida por la energía de separación cero se llama línea de goteo o 'dripline'. Los núcleos en la vecindad de la línea de goteo dejan de estar ligados o están muy levemente ligados y revelan propiedades anómalas, que difieren significativamente de las propiedades que se esperarían encontrar utilizando el modelo de capa usual.

En el Capítulo 7 se presentan algunas de las anomalías más relevantes para este trabajo. Debido a que la fuerza de ligadura es tan pequeña, es en esta región en donde los efectos de los estados del espectro continuo de energía y la interacción entre nucleones de valencia en el continuo resultan importantes.

La línea de goteo para el Oxígeno se conoce experimentalmente y ocurre en el isótopo ^{24}O . Esto significa que el núcleo ^{25}O no es ligado y por lo tanto es un sistema cuyos estados están en el espectro continuo de energía. Se conoce que el estado fundamental es una resonancia ubicada muy cerca del umbral de energía. El formalismo presentado en este trabajo permite estudiar las propiedades de este núcleo, lo que se hace en el capítulo 8. Se utiliza el modelo de capas de una partícula en el plano de energía complejo, para estudiar el espectro de energía y las funciones de onda de los estados asociados. Luego se analizan las similitudes y diferencias de este estado del continuo con las propiedades del núcleo ^{17}O .

En el Capítulo 9 se utiliza el espectro de energía del ^{25}O y sus autofunciones para estudiar las propiedades del núcleo ^{26}O . Allí, se calculan las energías del estado fundamental y la composición de su función de onda, así como la de los estados excitados. Por otro lado, se estudia el movimiento de las resonancias en el plano de energía complejo como función de la intensidad de la fuerza residual.

Capítulo 2

Modelo de capas de partículas independientes

Para describir físicamente el núcleo de un átomo debemos resolver un sistema de un número A de nucleones (protones y neutrones) que interactúan entre si. Esto presenta un problema complejo ya que no hay una solución general para esta clase de sistemas. El modelo de capas o 'shell model', es un método general para tratar esta clase de problemas, aproximando el efecto de las interacciones entre partículas por un campo medio reduciendo el problema a uno de partículas independientes moviéndose en un campo efectivo.

Al modelo de capas se lo llama así porque un conjunto de fermiones en un potencial efectivo exhiben una estructura que presenta energías discretas no uniformemente distribuidas, en las cuales se pueden distinguir grupos de energías próximas entre si llamadas capas. La diferencia de energía entre dos estados de una misma capa es mucho menor que la diferencia de energía entre estados de capas distintas, esto tiene como consecuencia que las configuraciones correspondientes a una capa llena resultan mas estables que las de

una capa no completamente llena. Se observa experimentalmente que núcleos con un número especial de protones o neutrones, llamados números mágicos, muestran propiedades que resultan notablemente más estables, estos núcleos se denominan en el entorno de la física nuclear como núcleos mágicos. El modelo de capas nuclear permite explicar este comportamiento y da resultados cuantitativos que concuerdan adecuadamente con datos experimentales [1]. En la figura 2.1 se muestra un ejemplo típico de espectro de energías nuclear con los números mágicos, como por ejemplo 2, 8, 20, 28, ...; para los que se observa mayor estabilidad.

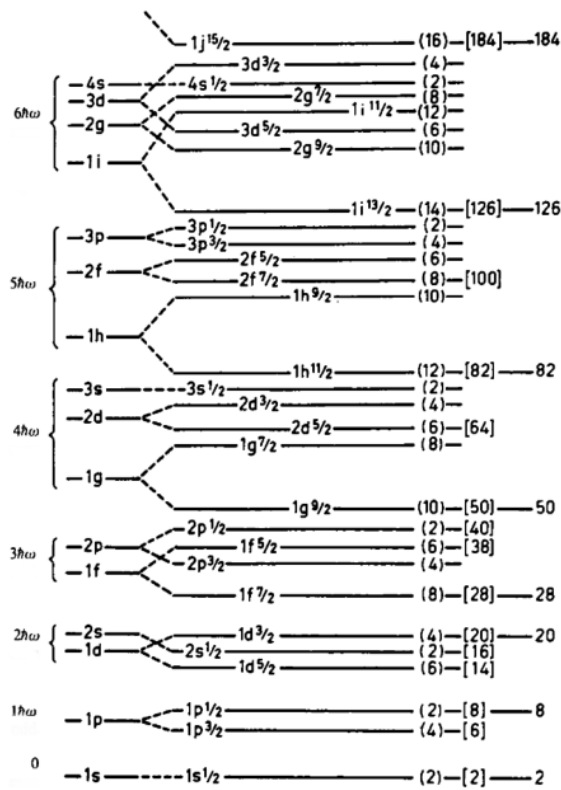


Figura 2.1: Espectro de energía nuclear de una partícula. Los números de nucleones que representan una capa llena son denominados números mágicos [2].

Si se considera el Hamiltoniano que describe un sistema de A nucleones interactuantes entre pares que se quiere aproximar por un potencial central se puede escribir[3] :

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i<j=1}^A V_{ij} \quad (2.1)$$

$$H = \sum_{i=1}^A \left(\left[-\frac{\hbar^2}{2m_i} \right] \nabla_{r_i}^2 + U(r_i) \right) + \left(\sum_{i<j=1}^A V_{ij} - \sum_{i=1}^A U(r_i) \right) \quad (2.2)$$

$$H = \sum_{i=1}^A h(r_i) + \left(\sum_{i<j=1}^A V_{ij} - \sum_{i=1}^A U(r_i) \right) \quad (2.3)$$

$$H = H_0 + V_{res} \quad (2.4)$$

Donde V_{ij} es el potencial de interacción de a pares, $U(r_i)$ es el campo medio efectivo, $H_0 = \sum_{i=1}^A h(r_i)$ es el hamiltoniano de partículas independientes y $V_{res} = \sum_{i<j=1}^A V_{ij} - \sum_{i=1}^A U(r_i)$ es la interacción residual. Si el potencial medio es una buena aproximación de la interacción entre partículas, V_{res} puede considerarse como una perturbación de H_0 . La función de onda del estado nuclear correspondiente a H_0 estará dada por el determinante de Slater de las autofunciones de los $h(r)$ que describen una partícula en un campo central.

$$h(r) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_r^2 + U(r) \quad (2.5)$$

$$h(r) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + U(r) \quad (2.6)$$

Las autofunciones de este hamiltoniano son conocidas como 'single particle wave function' o función de onda de una partícula y estarán dadas por

$$\psi_{nlm_l m_s} = \frac{1}{r} u_{nl}(r) Y_{lm_l}(\theta, \phi) \chi_{m_s}$$

Donde Y_{lm_l} son los armónicos esféricos, autofunciones de \mathbf{I}^2 y \mathbf{I}_z , y χ_{m_s} es la función de onda de spin, autofunciones de \mathbf{s}^2 y \mathbf{s}_z :

$$\mathbf{I}^2 Y_{lm_l} = l(l+1) Y_{lm_l}$$

$$\mathbf{I}_z Y_{lm_l} = m_l Y_{lm_l}$$

$$\mathbf{s}^2 \chi_{m_s} = s(s+1) \chi_{m_s} = \frac{3}{4} \chi_{m_s}$$

$$\mathbf{s}_z \chi_{m_s} = m_s \chi_{m_s}$$

Se hace notar que en este trabajo se considerará sólo fermiones por lo que se omite el subíndice correspondiente al espín.

La función de onda de una partícula obtenida en esta sección resulta de particular importancia porque es utilizada para describir sistemas más complejos. En muchas situaciones el modelo de una partícula puede resultar útil para describir adecuadamente el sistema, considerando el último neutrón como una partícula en presencia del campo producida por el resto del núcleo. Esto es particularmente cierto cuando se tiene un solo neutrón afuera de una capa llena.

2.1. Potencial nuclear

La parte radial de la autofunción u_{nl} dependerá de la elección de potencial medio efectivo $U(r)$. Se busca un potencial que se asemeje lo más posible al efecto de interacción entre las partículas. Una forma de determinar este potencial es utilizando el método Hartree-Fock que dada la interacción entre

partículas V_{ij} , y partiendo de un conjunto inicial de autofunciones permite calcular un valor de $U(r)$ que a su vez se puede utilizar para calcular un nuevo conjunto de autofunciones. Este procedimiento se repite iterativamente, de manera autoconsistente, hasta alcanzar algún criterio de convergencia. De esta forma quedan determinadas las autofunciones y el potencial efectivo $U(r)$.

Otra forma de encontrar un campo medio adecuado es buscar un potencial que reproduzca el comportamiento observado experimentalmente, modelos que utilizan pozos de potencial cuadrados o potenciales de oscilador armónico han dado buenos resultados para la predicción de niveles de energía y números mágicos. En este trabajo se utiliza el potencial fenomenológico de tipo Wood-Saxon caracterizado por los parámetros intensidad U_0 , radio nuclear $R = r_0 A^{1/3}$ y difusividad a de la forma

$$U(r) = \frac{U_0}{1 + \exp((r - R_0)/a)}. \quad (2.7)$$

Este potencial da resultados mas realísticos comparado con el potencial armónico, en la Fig. 2.2 se muestran comparativamente ambos potenciales.

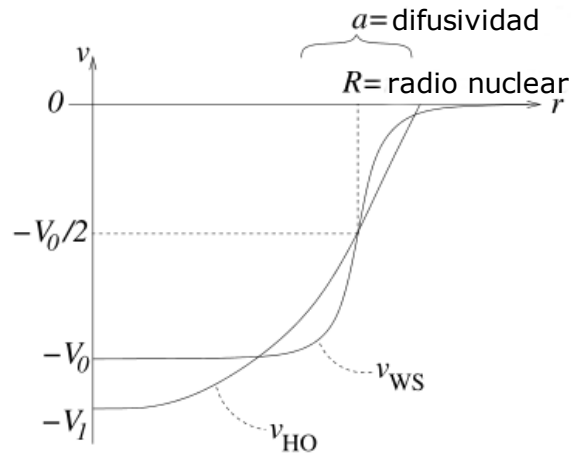


Figura 2.2: Comparación de los potenciales, oscilador armónico y Wood-Saxon [4].

La descripción adecuada de los datos experimentales también requiere considerar un potencial de interacción espín-órbita el cual se encuentra concentrado en la superficie del núcleo. Un efecto importante de la interacción espín-órbita es que rompe la degeneración del momento angular total $j = l \pm 1/2$, como puede verse en la Fig. 2.3.

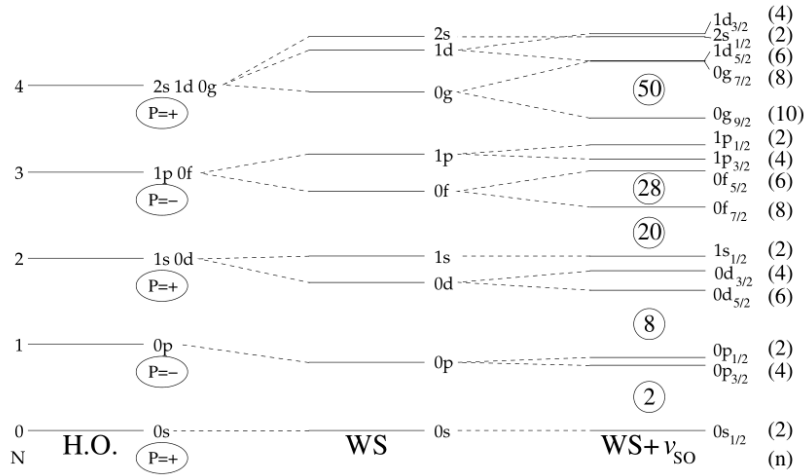


Figura 2.3: Diferencias en el espectro de energía del núcleo considerando: izq.: Oscilador armónico, centro: Wood-Saxon Der. :Wood-Saxon con espín-órbita. El potencial espín-órbita rompe la degeneración $j = l \pm 1/2$ [4].

Al ser un potencial de superficie su efectividad estará relacionada con la proporción entre superficie y volumen del núcleo, siendo más importante para núcleos con mayor área superficial. En este trabajo, el potencial efectivo del núcleo será representado con una función del tipo Wood-saxon, mientras que el potencial espín-órbita se toma como $1/r$ por la derivada de Wood-Saxon. La Fig. 2.4 muestra ambas contribuciones.

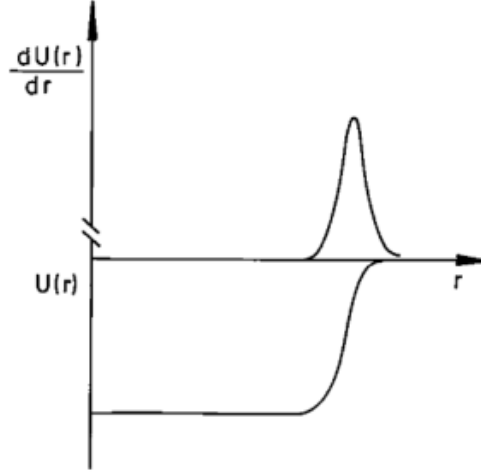


Figura 2.4: El pico corresponde al potencial de interacción espín-órbita del tipo derivada de Wood-Saxon; mientras el pozo corresponde al potencial Woods-Saxon [5].

El potencial total que se utilizara estará dado por la Ec.2.8, que considera el potencial central efectivo producto de las partículas que componen el núcleo y el efecto de acople espín-órbita. Este tipo de potencial es usado con frecuencia debido a que reproduce correctamente los números mágicos, donde las capas muestran mayor separación, observados en los espectros de energía de un gran número de núcleos.

$$U(r) = \frac{U_0}{1 + \exp((r - R_0)/a)} + \frac{U_{so}}{r_0^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{1 + \exp((r - R_0)/a)} \right) \hat{l} \cdot \hat{s}. \quad (2.8)$$

Capítulo 3

Representación de Berggren

El espectro de energía continuo juega un papel importante en los sistemas nucleares que trataremos en este trabajo. En particular las resonancias, estados no ligados con una vida media asociada, han demostrado ser necesarios para explicar datos experimentales que no pueden entenderse considerando solo estados ligados. Estos estados deben ser incluidos en nuestros cálculos para obtener una descripción acertada del sistema. Existen diversas formas de conseguir esto, en el presente trabajo utilizaremos el formalismo propuesto en [6] que nos permite extender el modelo de capas al plano de energía complejo. En esta sección se desarrollará este formalismo.

3.1. Ortonormalidad y completitud

Es necesario dar una descripción del tratamiento matemático de los estados resonantes que formarán la base del formalismo a utilizar, para esto seguiremos el desarrollo dado en [7]. En 1928 Gamow describió de manera exitosa los datos experimentales obtenidos de procesos de decaimiento alfa mediante soluciones de la ecuación de Schroedinger con condiciones de con-

torno de onda saliente. Estas soluciones fueron utilizadas en 1939 por Siegert como definición de estados resonantes. Esto es, estados cuya parte radial satisface la ecuación

$$u''(r) - \frac{l(l+1)}{r^2}u(r) - v(r)u(r) = -k^2u(r) \quad (3.1)$$

con las condiciones de contorno

$$u(0) = 0 \quad (3.2)$$

$$u(a)O_l'(ka) - u'(a)O_l(ka) = 0 \quad (3.3)$$

con a es un valor de la coordenada radial cuyo valor es mayor del rango del potencial $V(r) \equiv \hbar^2 v(r)/2\mu$, donde k es el número de onda, el cual está relacionado con el autovalor de la energía como $E = \hbar^2 k^2/2\mu$ y μ es la masa reducida del sistema. La función $O_l(kr)$ es la solución a la ecuación (3.1) con potencial cero $v(r) = 0$ y condición de contorno puramente saliente.

Estudios posteriores de esta clase de estados permitieron el desarrollo de una teoría de dispersión muy completa y de amplia aplicación para reproducir datos experimentales en procesos de dispersión elástico e inelástico, sin embargo no permite dar una descripción directa de la dinámica de los procesos de dispersión. Para obtener una mejor interpretación de la dinámica de estos procesos se requiere tener una formulación que pueda describir tanto estados resonantes como no resonantes. Luego, el problema se reduce a cómo incorporar estados resonantes, dado que su comportamiento divergente en el infinito hace que no sean normalizables en todo el espacio. Por esta razón, si se quiere utilizar estados resonantes para expandir el espacio de autofunciones, es necesario estudiar por separado la ortogonalidad y completitud de

estos estados.

En 1968 Berggren obtiene una representación que incorpora estados con energía compleja. Dicha representación contiene tanto estados ligados, así como estados del continuo resonantes y no resonantes. Para ello, primero demuestra que las soluciones de la ecuación (3.1) pueden normalizarse utilizando una definición de producto interno que regularice las integrales divergentes. El proceso de regularización consiste en introducir en la integral un factor de convergencia que dependa de un parámetro ε tal que la integral sea convergente para $\varepsilon > 0$. Si el límite de esta integral existe cuando $\varepsilon \rightarrow 0$ el valor de la integral divergente puede definirse como este límite siempre que el factor de convergencia cumpla ciertas condiciones necesarias para la consistencia del proceso. El método de Zel'dovich utiliza como factor de convergencia $e^{-\varepsilon \cdot r^2}$, el cual resulta adecuado para la normalización de estados que sean solución de (3.1). El producto interno se define de la siguiente manera,

$$\langle \tilde{u}_2 | u_1 \rangle \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{\infty} e^{-\varepsilon \cdot r^2} \tilde{u}_2^*(r) u_1(r) dr \quad (3.4)$$

Donde $u_1(r)$ corresponde al estados ligados o resonantes solución de la ecuación (3.1) con condiciones salientes correspondiente al número de onda k_1 . \tilde{u}_2 es la solución de la ecuación (3.1) correspondiente al número de onda k_2 pero con condiciones de contorno entrante, que verifica las siguientes condiciones

$$\tilde{k} = -k^* \quad (3.5)$$

$$\tilde{u}(r) = u^*(r) \quad (3.6)$$

para estas funciones puede demostrarse que para estados con número de onda tales que $\text{Re}(k) > \text{Im}(k)$

$$(k_1^2 - k_2^2) \langle \tilde{u}_2 | u_1 \rangle = 0$$

o

$$\langle \tilde{u}_2 | u_1 \rangle = 0 \quad \text{si } k_1^2 \neq k_2^2$$

Se dice entonces que u_1 y \tilde{u}_2 son ortogonales. Debido a que el producto interno se realiza entre elementos de dos conjuntos, u_1 y \tilde{u}_2 , se dice que estos estados forman un conjunto biortogonal. En la práctica se puede trabajar sólo con las soluciones correspondiente a condiciones de contorno de onda saliente debido a la equivalencia de las funciones $u(r)$ y $\tilde{u}^*(r)$. Con la regularización introducida, el valor $\langle \tilde{u}_1 | u_1 \rangle$ es acotado y por lo tanto, es posible normalizar las funciones resonantes u_1 . Cabe destacar que esta definición de producto interno y normalización sigue siendo válida si uno o ambos de las funciones u_1 y $\tilde{u}_2(r)$ son estados ligados.

Luego de establecer la ortonormalidad del conjunto de estados resonantes y ligados, Berggren analiza las propiedades de completitud. Se trabaja en el plano complejo de número de onda y se utiliza la función de Green correspondiente a la resolvente de la ecuación (3.1). Los números de onda correspondientes a estados resonantes serán entonces los polos de esta función compleja. Se podrá obtener la función de onda correspondiente como el residuo asociado a estos polos. Berggren obtiene un conjunto completo de estados compuestos por las soluciones de la ecuación (3.1) y un conjunto continuo de estados de dispersión. Esto puede escribirse mediante la relación de completitud.

$$\sum_n u_{nl}(r) \tilde{u}_{nl}^*(r') + \int_{L^+} u_l(r, k) \tilde{u}_l^*(r', k^*) dk = \delta(r - r') \quad (3.7)$$

El continuo de estados de dispersión son los estados con número de onda que pertenecen al camino de integración L^+ en el espacio k y la suma en n incluye todos los estados ligados y los estados resonantes que se encuentran entre el contorno L^+ y el eje real. La deducción de esta relación se basa en los resultados más generales obtenidos por R. G. Newton al estudiar integrales complejas en contornos cerrados. La aplicación de estos resultados al caso de estados resonantes, descrita en detalle en [7], requiere que el potencial de (3.1) sea de rango finito, esto es que sea cero para distancias más grandes que cierto valor, también requiere que L^+ pase por el cero de coordenadas y termine en el eje real para distancias asintóticamente grandes, además, el contorno debe encontrarse dentro del último octante del plano k complejo definido por $\arg(k) = -\frac{1}{4}\pi$ (contornos más generales son posibles pero no se tratarán en este trabajo). Mientras se respeten estas restricciones se tiene libertad de elegir un camino físicamente adecuado L^+ para el sistema que se quiera analizar y las resonancias que se quieran incluir en la representación.

De esta manera Berggren obtiene un conjunto de estados completo y ortonormal que contiene estados resonantes, estados ligados y estados de dispersión. Esto permite expandir autofunciones en el espacio complejo en base a estos estados bajo ciertas condiciones. El conjunto de estados ligados, resonancias de Gamow y estados de dispersión pertenecientes a L^+ es llamado representación de Berggren; puede verse entonces como una extensión al espacio complejo de la idea de base de autofunciones del espacio real que permite considerar estados resonantes. Esta analogía da una idea más clara de la interpretación física de los estados resonantes, ya que indica que estos estados se comportarán de manera similar a estados ligados, pero con una vida media relacionada con la parte imaginaria de la energía. En efecto para resonancias de vida media razonablemente grandes, llamadas resonancias an-

gostas, se observa en la sección eficaz, un rápido crecimiento muy localizado. Los parámetros de la resonancia, esto es posición y ancho, aparecen en la representación de Berggren como la parte real del polo complejo y el recíproco (multiplicado por \hbar) del doble de la parte imaginaria tomada positiva.

3.2. Aplicación al modelo de capas

Es posible utilizar esta representación para definir un método para realizar cálculos en el espectro continuo de energía con el modelo de capas de una partícula presentado en la sección anterior [7]. Resulta más práctico utilizar la energía en lugar de el número de onda k . Partiendo de la relación de completitud

$$\delta(r - r') = \sum_n u_n(r, E_n) u_n(r', E_n) + \int_{L^+} w(r, E) w(r', E) dE \quad (3.8)$$

donde $u_n(r)$ son las soluciones de la ecuación de Schroedinger con el hamiltoniano del modelo de capas de una partícula y con condiciones de contorno de onda saliente, de modo que la suma en n abarca todos los estados ligados y los polos de la función de Green que se encuentran entre L^+ y el eje real. Los estados de dispersión pertenecientes al camino de integración L^+ están denominados por $w(r, E)$. El camino L^+ se elegirá dependiendo de las resonancias del sistema y del problema a tratar, sin embargo deberá seguir las restricción de pasar por el eje de coordenadas y regresar al eje real para energías grandes. En cálculos que utilizan el modelo de capas se desprecian los efectos de estados con energías mayores a una energía de corte. Un camino típico puede verse en la fig. 3.1 donde se muestra un camino que comienza en el origen sigue en el eje real hasta un punto $(a, 0)$, va hasta un punto (b_1, b_2)

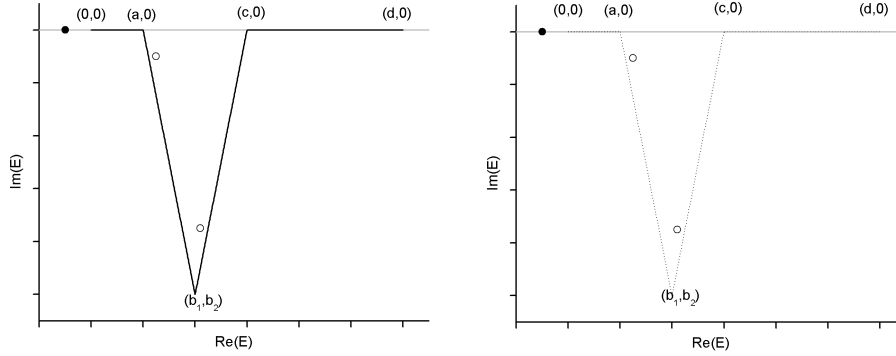


Figura 3.1: Plano de energía compleja donde se observan los elementos de la representación, resonancias se muestran como círculos vacíos, las energías ligadas como puntos llenos y las energías de los estados de dispersión son las pertenecientes al contorno L^+ como conjunto continuo a la izquierda y después de discretizarlos a la derecha

y vuelve al eje real en el punto $(c, 0)$, donde continua hasta la energía de corte en $(d, 0)$ [6]. En este ejemplo, la representación incluirá el estado ligado (representado por un punto lleno), las dos resonancias que se encuentran entre el camino y el eje real y un conjunto de estados de dispersión. Para tratar numéricamente el problema se discretiza la integral en 3.8 obteniendo,

$$\int_{L^+} w(r, E) w(r', E) dE = \sum_p h_p w(r, E_p) w(r', E_p) \quad (3.9)$$

El valor de h_p y los valores E_p estarán definidos por el método de integración que se utilice para evaluar la integral en (3.8). Se obtiene de esta manera una representación del espacio complejo compuesta de un conjunto discreto de estados ortonormales $\{|\varphi_n\rangle; |\varphi_p\rangle\}$ compuesta por los estados de Gamow y los estados ligados, $\langle r|\varphi_n\rangle = u_n(r, E_n)$ y los estados de dispersión correspondientes al camino de integración discretizado $\langle r|\varphi_p\rangle = \sqrt{h_p} w_p(r, E_p)$. El uso de esta representación permite describir cantidades físicas que no pueden describirse satisfactoriamente utilizando una base compuesta solo de estados ligados.

Capítulo 4

Propiedades del núcleo ^{17}O

En esta sección se aplicará el formalismo descrito anteriormente para estudiar los niveles del modelo de una partícula, ^{17}O , modelizada como un neutrón afuera del carozo ^{16}O . Debido a que el núcleo ^{16}O presenta un número mágico, tanto de neutrones como de protones, este núcleo es muy estable, por lo tanto es razonable esperar que la interacción con el neutrón no afecte la estructura interna del carozo ^{16}O y la interacción puede considerarse como la interacción efectiva de todo el núcleo con el neutrón externo. Los resultados de esta sección se utilizarán para formar la base con la que describiremos el sistema de dos partículas en el núcleo $^{18}\text{O} = ^{16}\text{O} + 2n$. Se utilizará el programa Gamow con un potencial central del tipo Wood-Saxon y un potencial de acople espín-órbita.

Elegimos los parámetros del potencial de tal forma que las energías encontradas se ajusten a los datos experimentales correspondientes a los mismos estados. La Tabla 4.1 muestra los parámetros que dieron el mejor ajuste al estado fundamental y los primeros niveles excitados. Las energías obtenidas para los estados de un neutrón en el carozo del núcleo ^{16}O se muestran en la Tabla 4.2, junto con las energías experimentales.

| V_0 (MeV) | V_{so} (MeV fm) | r_0 (fm) | a (fm) |
|-------------|-------------------|------------|----------|
| 52.827 | 13.492 | 1.245 | 0.7 |

Tabla 4.1: parámetros para el potencial correspondiente al núcleo ^{17}O .

| Estado | J_π | E (MeV) | E_{exp} (MeV) [8] |
|------------|---------|------------------|------------------------------------|
| $0d_{5/2}$ | 5/2+ | (-4.140,0) | (-4.140 , 0) |
| $1s_{1/2}$ | 1/2+ | (-3.274,0) | (-3.274 , $2.946 \cdot 10^{-25}$) |
| $0d_{3/2}$ | 3/2+ | (0.940, -0.0613) | (0.941, $5.493 \cdot 10^{-25}$) |
| $0f_{7/2}$ | 7/2- | (6.554, -1.2802) | - |

Tabla 4.2: Niveles de energía del ^{17}O calculados con el código Gamow y experimentales.

Se encuentran dos estados ligados con energías en el eje real negativo y dos resonancias, que poseen una parte imaginaria que está asociada con el tiempo de vida medio de la resonancia. Las energías obtenidas se ajustan bien con los datos experimentales, como se observa en la Fig. 4.1 [9]. La energía correspondiente al estado fundamental se compara con el valor de la energía de separación S_n que representa la energía necesaria para extraer un neutrón del núcleo. Las diferencias de energías respecto al nivel fundamental $0d_{5/2}$ coinciden con las energías correspondientes a los estados $1s_{1/2}$ y $0d_{3/2}$ en el espectro de energía del ^{17}O . El estado $0f_{7/2}$ no se ajusta adecuadamente a ninguno de los estados conocidos del espectro, esto se debe a que está ubicado muy por encima del estado fundamental y posee una parte imaginaria grande haciendo que el valor obtenido numéricamente sea poco preciso.

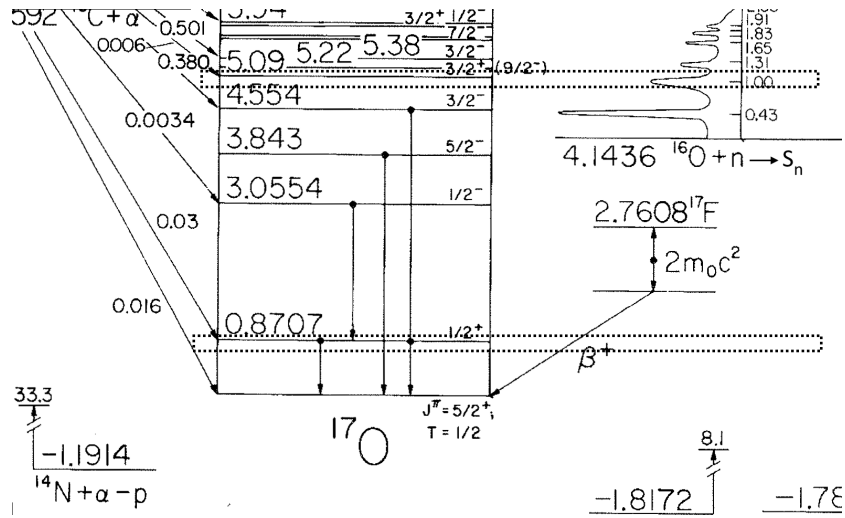


Figura 4.1: Espectro experimental de energía para el ^{17}O [10].

Es posible además, calcular las funciones de onda correspondientes a estos estados. Este análisis resulta importante ya que permite identificar claramente si las resonancias serán relevantes; dependiendo de si la resonancia se comporta como un estado localizado o no. En la Fig. 4.2 se presentan las funciones de onda para los dos estados ligados $d_{5/2}$ y $s_{1/2}$.

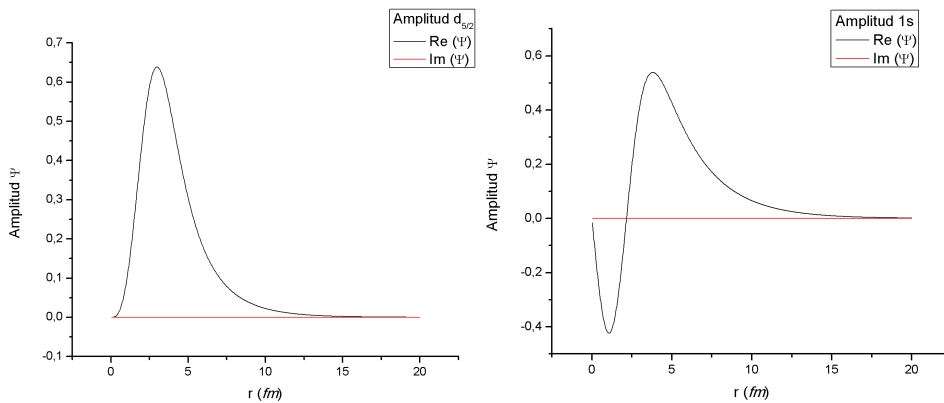


Figura 4.2: Parte real (negro) y parte imaginaria (rojo) de la función de onda de los estados ligados del ^{17}O .

Se puede observar que los dos estados ligados están claramente localizados en una región del espacio a cierta distancia de la coraza inerte. Estos son estados ligados pertenecientes a un núcleo estable, lo que significa que los neutrones pueden permanecer indefinidamente en ellos, esto es, tienen tiempo de vida infinito. Por otro lado la parte imaginaria de la función de onda es cero. Este comportamiento se puede comparar con el de las resonancias como se observa en la Fig. 4.3.

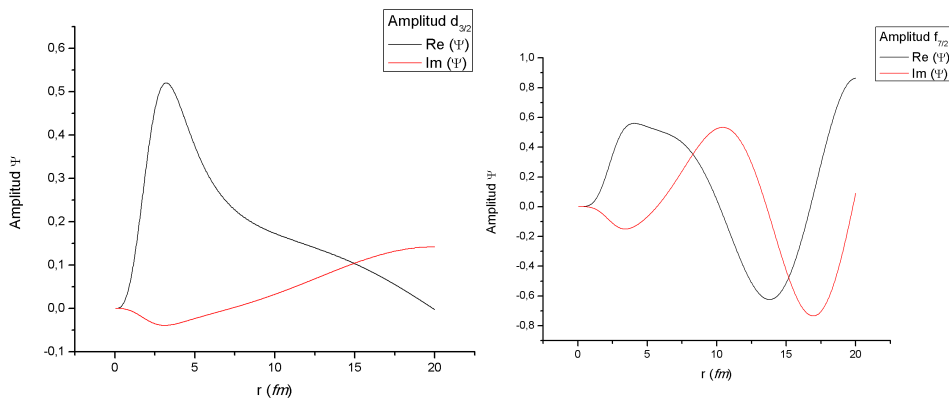


Figura 4.3: Parte real (negro) y parte imaginaria (rojo) de la función de onda para los estados resonantes del ^{17}O .

En la Fig. 4.3 se pueden observar notables diferencias en el comportamiento de los estados ligados y las resonancias. La figura de la izquierda, represent al estado $d_{3/2}$. Éste es una resonancia angosta, en el sentido que la parte real presenta un comportamiento similar a los estados ligados, esto es, localizado, mientras su parte imaginaria es relativamente pequeña. La energía $\varepsilon_{d_{3/2}} = 0,940 - i0,061 \text{ MeV}$, tiene una parte imaginaria que está asociada al tiempo de vida media del estado exitado.

Finalmente, el estado $f_{7/2}$ es una resonancia denominada ancha, debido a que la parte imaginaria de la función de onda es del mismo orden que su parte real, Se observa que el comportamiento de esta función no puede aproximarse adecuadamente con un estado localizado en una región del espacio, sino que

presenta más bien un comportamiento oscilatorio, característico de un estado del continuo no resonante. Se observa además, que las resonancias anchas divergen mas rápidamente que las angostas. Es muy poco probable que un estado con estas características intervenga en procesos físicos, por lo que no es considerado en los cálculos de estados de dos partículas.

En la Capítulo 6, correspondiente al ^{18}O , se utilizarán estos estados de partícula simple del ^{17}O para formar el espacio modelo en el que se describirá el núcleo ^{18}O como un sistema de tres cuerpos formado por el carozo inerte ^{16}O más dos neutrones. Debido a que la resonancia ancha $f_{7/2}$ no resulta relevante en los procesos físicos, no será considerada en el espacio modelo. Se tienen entonces, tres niveles que componen la primera capa no ocupada como las energías del espacio modelo en el que describiremos los estados del ^{18}O . Esto es, el espacio modelo estará generado entonces, por los dos estados ligados $0d_{5/2}$ y $1s_{1/2}$ y la resonancia $1d_{3/2}$.

Capítulo 5

Modelo de capas con interacción

En el Capítulo 2 se modelizó el Hamiltoniano del sistema de A nucleones interactuantes como un nucleón que siente la interacción con los demás aproximada por un campo medio. Ésta es una buena aproximación si se considera el problema de un nucleón afuera de una capa llena. Es posible extender los resultados del modelo de capas expuestos en el Capítulo 2 para el caso de dos nucleones en presencia de un campo medio producido por el resto del núcleo. Este sistema tomará en cuenta la interacción de los nucleones con el carozo, y la interacción entre ellos, se desprecia el termino de arrastre o 'recoil', ya que el efecto de los nucleones sobre el carozo es muy pequeño.

Considerar la interacción de dos partículas de valencia permite explicar fenómenos importantes como halos y estados borromeanos que se observan experimentalmente. Se debe resolver entonces, un problema de dos partículas en un potencial central más la interacción entre ellas, descrito por el siguiente Hamiltoniano,

$$H = h(r_1) + h(r_2) + V_{res}(r_1, r_2) \quad (5.1)$$

$$H = H_0 + V_{res}(r_1, r_2) \quad (5.2)$$

donde $H_0 = h(r_1) + h(r_2)$, mientras $h(r_i)$ es el hamiltoniano de una partícula dado en el Capítulo 2,

$$h(r_i) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{r_i}^2 + U(r_i) \quad (5.3)$$

Por último, el término $V_{res}(r_1, r_2)$, representa el potencial de interacción entre los nucleones de valencia, esto es, los dos neutrones afuera de la coraza.

La solución de autovalores para un hamiltoniano de la forma (5.1) en general no tiene una solución exacta. Se puede tratar de manera aproximada considerando la interacción entre partículas V_{res} como una perturbación de H_0 . Este proceso implica obtener los autoestados de H_0 y diagonalizar H en una base compuesta de estos autoestados. Como H_0 es la suma de los hamiltonianos de partícula aislada, podemos usar las funciones de onda obtenida en el Capítulo 2 para construir los autoestados del Hamiltoniano H_0 [3].

$$\psi_{nlm_l m_s} = R_{nl}(r) Y_{lm_l}(\theta, \phi) \chi_{m_s} \quad (5.4)$$

resulta conveniente acoplar el espín s y el momento angular orbital l para trabajar con momento angular total j de una partícula

$$\psi_{nljm}(\mathbf{r}, s) = R_{nlj}(r) \sum_{m_l m_s} \langle sm_s l m_l | jm \rangle Y_{lm_l}(\hat{r}) \chi_{m_s} \quad (5.5)$$

$$\psi_{am_a}(\mathbf{x}) = R_a(r) [\chi_s Y_{l_a}(\hat{r})]_{j_a m_a} \quad (5.6)$$

donde $a = nlj$ es una forma simplificada de escribir todos los números cuánticos que caracterizan un estado. Las autofunciones del hamiltoniano sin in-

teracción, H_0 , estarán dados por las funciones de las distintas partículas acopladas de tal manera que el sistema tenga momento total J definido. Esto es,

$$[\psi_a(\mathbf{x}_1)\psi_b(\mathbf{x}_2)]_{JM} = \sum_{m_a, m_b} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle \psi_{am_a}(\mathbf{x}_1) \psi_{bm_b}(\mathbf{x}_2) \quad (5.7)$$

donde hemos usado la notación \mathbf{x} para representar la coordenada y el espín.

La función de onda de dos partículas (5.7) verifica

$$[\psi_a(\mathbf{x}_1)\psi_b(\mathbf{x}_2)]_{JM} = (-1)^{j_a+j_b-J} [\psi_a(\mathbf{x}_2)\psi_b(\mathbf{x}_1)]_{JM} \quad (5.8)$$

Además, como se trata de un sistema de fermiones la función de onda correspondiente debe ser antisimétrica y estar normalizada

$$\Psi_{ab}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{ab})}} \{ [\psi_a(\mathbf{x}_1)\psi_b(\mathbf{x}_2)]_{JM} - [\psi_a(\mathbf{x}_2)\psi_b(\mathbf{x}_1)]_{JM} \} \quad (5.9)$$

Esta forma de obtener la función de onda compuesta de autoestados del Hamiltoniano de una partícula con un momento angular total definido es denominada acople jj . Para visualizar la función de onda de dos partículas resulta más conveniente expresarla, en lo que se da por llamar, acople SL . Éste se obtiene acoplando primero los momentos de espín de las dos partículas al espín total S y los momentos orbitales l_1 y l_2 al momento orbital total L . Finalmente, S y L se acoplan al momento total del sistema, J

$$\langle \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 | l_a l_b SL, JM \rangle = R_a(r_1) R_b(r_2) \sum_{M_s M_l} \langle SM_s LM_l | JM \rangle [\chi_1 \chi_2]_{SM_s} [Y_{l_a}(\hat{r}_1) Y_{l_b}(\hat{r}_2)]_{LM_l} \quad (5.10)$$

$$\Psi_{l_a l_b SL}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{ab})}} \{ \langle \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 | l_a l_b SL, JM \rangle - \langle \mathbf{x}_2 \mathbf{x}_1 | l_a l_b SL, JM \rangle \} \quad (5.11)$$

En este trabajo se utiliza el acople jj para la resolución numérica de la ecuación de Schroedinger del sistema de dos partículas, mientras que se utiliza el acople SL para graficar la función de onda. Es posible pasar de la forma de acople jj a la de acople SL utilizando la coeficientes 9- j .

$$\Psi_{ab}^{JM}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{SL} \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{S} \hat{L} \begin{Bmatrix} 1/2 & l_a & j_a \\ 1/2 & l_b & j_b \\ S & L & J \end{Bmatrix} \Psi_{l_a l_b SL}^{JM}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (5.12)$$

Un caso que resulta de interés particular es el estado $J = 0$ para dos nucleones idénticos, se puede demostrar que este estado es el estado fundamental para sistemas de dos neutrones como los que se consideran en este trabajo. Para este caso se obtiene

$$\Psi_{aa}^{00}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{SL} \hat{j}_a \hat{j}_a \hat{S} \hat{L} \begin{Bmatrix} 1/2 & l_a & j_a \\ 1/2 & l_a & j_a \\ S & L & 0 \end{Bmatrix} \Psi_{l_a l_a SL}^{00}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (5.13)$$

Se tiene que $S = L$ como consecuencia de $J = 0$. Además para el singlete $S = 0$ se tiene

$$\Psi_{aa}^{00}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{SL} \hat{j}_a^2 \hat{S}^2 \begin{Bmatrix} 1/2 & l_a & j_a \\ 1/2 & l_a & j_a \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} R_a(r_1) R_a(r_2) [\chi_1 \chi_2]_{SM_S} [Y_{l_a}(\hat{r}_1) Y_{l_a}(\hat{r}_2)]_{SM_S} \quad (5.14)$$

$$\Psi_{aa}^{00}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_S \hat{j}_a^2 \hat{S}^2 \frac{\sqrt{2}}{\hat{l}_a \hat{j}_a} R_a(r_1) R_a(r_2) [\chi_1 \chi_2]_{00} [Y_{l_a}(\hat{r}_1) Y_{l_a}(\hat{r}_2)]_{00} \quad (5.15)$$

$$\Psi_{aa}^{00}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|_{S=0} = \frac{\hat{j}_a \sqrt{2}}{\hat{l}_a} R_a(r_1) R_a(r_2) [\chi_1 \chi_2]_{00} [Y_{l_a}(\hat{r}_1) Y_{l_a}(\hat{r}_2)]_{00} \quad (5.16)$$

Se hace notar que debido a que sólo se trabajara con neutrones, se omite el número cuántico isoespín, que se diferencia entre neutrones y protones.

5.1. Extension al plano complejo de energia

El objetivo es describir los estados de dos partículas en la base de Berggren, en particular nos interesa encontrar las resonancias de dos partículas. Se debe entonces, extender la representación de Berggren para sistemas de una partícula dada en el Capítulo 2, a sistemas de dos partículas. Esto se logra de la forma usual, esto es, tomando el producto tensorial entre las configuraciones de la base de una partícula.

Sin embargo, la presencia del espectro continuo de energía compleja, correspondiente al contorno de cada representación de partícula simple, hace que los elementos de la base de dos partículas cubran una región importante del espectro complejo de dos partículas, donde uno espera encontrar resonancias de interés físico, como se observa en la figura 5.1.

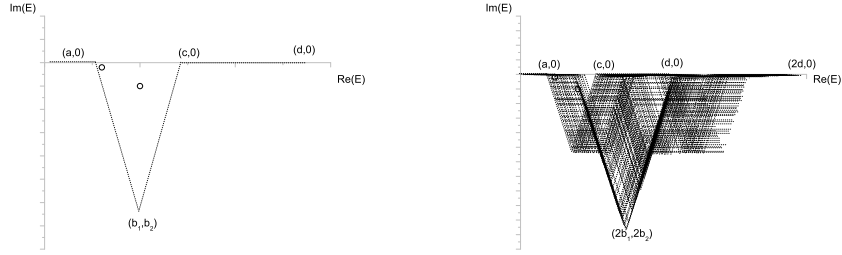


Figura 5.1: Contorno en el plano de energía complejo de una partícula (izquierda) y dos partículas (derecha). Con este contorno la región físicamente relevante esta cubierto de soluciones de orden cero.

Para resolver este problema se elige el contorno perteneciente a la representación de Berggren de una partículas de tal manera que al realizar el producto tensorial resulte una región, en el plano de energía de dos partículas, libre de estados de orden cero. Se debe elegir un contorno adecuado que permita estudiar la zona del plano complejo donde se encuentren las resonancias de interés físico. Para ello se trabajará con un contorno rectangular como se observa en la Fig. 5.2, definido por los puntos $P_0 = (0, 0)$, $P_1 = (a, 0)$, $P_2 = (a, -c)$, $P_3 = (b, -c)$, $P_4 = (b, 0)$ y $P_5 = (d, 0)$. Este contorno comienza y finaliza en el eje real como lo pide la representación de Berggren, se elige una energía de corte d , lo suficientemente grande para que las energías mayores a d no influyan apreciablemente en las magnitudes calculadas (la energía de dos partículas y su función de onda). Como se observa en la figura este contorno deja un área libre de soluciones de orden cero, que llamaremos región de energía permitidas, en la zona comprendida en el rectángulo de vértices $(2a, 0)$, $(2a, -c)$, $(b, -c)$ y $(b, 0)$. En la fig. 5.2 se observa el contorno continuo y el área permitida con un contorno del tipo que se ha detallado. Mientras en la fig. 5.3 se observa cómo el contorno discretizado ocupa el plano complejo dejando un area permitida, se observa además, que los parámetros

del contorno están elegidos de tal manera que los estados resonantes, denotados por círculos vacíos, se encuentren en esta zona permitida dado que los estados resonantes de interés resultarán de la perturbación de estos estados [11].

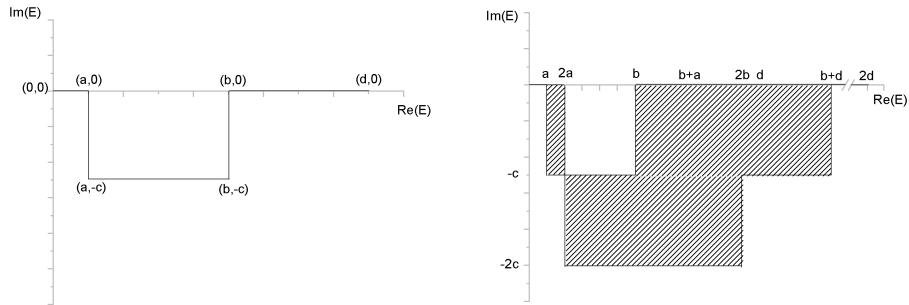


Figura 5.2: Contorno de una partícula (izquierda) y dos partículas (derecha). Se observa, en el espacio de dos partículas, una región libre donde se espera encontrar las resonancias de interés.

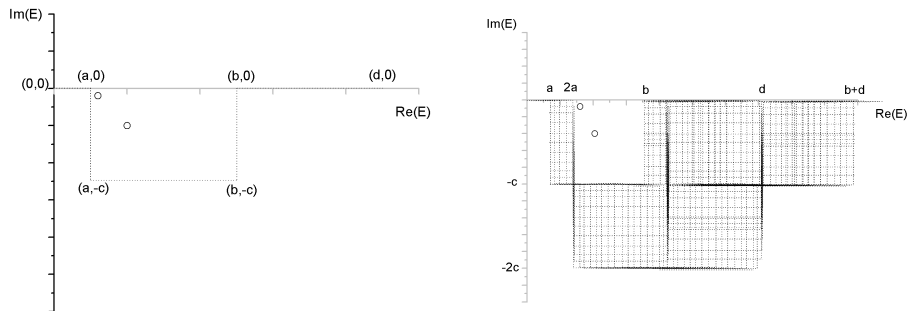


Figura 5.3: Contorno de una partícula (izquierda) y dos partículas (derecha) discretizados. Las resonancias de dos partículas (círculos vacíos) se encuentran en el área de energías permitidas.

Una vez elegido el contorno se obtiene la representación de una partícula compuesta por los estados ligados y resonancias de Gamow, $\{|\varphi_n\rangle; |\varphi_p\rangle\}$, y el contorno discretizado, $\langle r|\varphi_p\rangle = \sqrt{\hbar_p}w_p(r, E_p)$. Se procede luego a extender esta representación al sistema de dos partículas acoplando los elemento de la representación.

$$\psi_{ab, JM}^0(1, 2) = \frac{\mathcal{A}[\varphi_a(1)\varphi_b(2)]_{JM}}{\sqrt{2(1 + \delta_{ab})}} \quad (5.17)$$

Donde $\mathcal{A}[\varphi_a(1)\varphi_b(2)]_{JM}$ es el producto tensorial de los elementos de la representación de una partícula antisimetrizado. Se puede escribir entonces $|\psi_{JM N}\rangle$ en la base de Berggren de dos partículas independientes como.

$$|\Psi_{JM N}\rangle = \sum_{a \leq b} X_{ab, N} |\psi_{ab, JM}^0\rangle \quad (5.18)$$

Por Ec. (5.2) vale

$$H_0 |\psi_{ab, JM}^0\rangle = (\varepsilon_a + \varepsilon_b) |\psi_{ab, JM}^0\rangle \quad (5.19)$$

$$\langle \psi_{cd, JM}^0 | \psi_{ab, JM}^0 \rangle = \delta_{ac} \delta_{bd} \quad (5.20)$$

Se considerara ahora la interacción entre partículas como una perturbación al hamiltoniano de partículas independientes

$$H |\Psi_{JM N}\rangle = (H_0 + V_{res}(r_1, r_2)) |\Psi_{JM N}\rangle = E_N |\Psi_{JM N}\rangle \quad (5.21)$$

Reemplazando $|\psi_{JM N}\rangle$ según la ec. (5.18) se obtiene:

$$\langle \psi_{ab, JM}^0 | H_0 | \Psi_{JM N}\rangle + \langle \psi_{ab, JM}^0 | V_{res}(r_1, r_2) | \Psi_{JM N}\rangle = E_N \langle \psi_{ab, JM}^0 | \Psi_{JM N}\rangle \quad (5.22)$$

$$(E_N - \varepsilon_a - \varepsilon_b) X_{ab, N} + \langle \psi_{ab, JM}^0 | V_{res}(r_1, r_2) | \psi_{cd, N}^0 \rangle = 0 \quad (5.23)$$

El problema se reduce a diagonalizar el potencial de interacción entre partículas en la base de Berggren de partícula aislada. El potencial de interacción que se utilizara en este trabajo es la fuerza separable. Ésta tiene la propiedad de considerar los elementos de matriz de la interacción, se-

paradadamente en los índices ab y cd . Esto permite sustituir el problema de diagonalizar una matriz, que para nuestra aplicación sería gigante, debido al espectro continuo de energía, por un problema de hallar polos en el plano de energía complejo de la resolvente. Explícitamente, la fuerza separable está definida por la siguiente expresión,

$$\langle \psi_{ab, JM}^0 | V_{res}(r_1, r_2) | \psi_{cd, N}^0 \rangle = -G f_{ab} f_{cd} \quad (5.24)$$

con

$$f_{ab} = \langle R_a | F_J | R_b \rangle \langle a || Y_J || b \rangle = \langle a || Y_J || b \rangle \int_0^\infty R_a(r) r \frac{\partial U(r)}{\partial r} R_b(r) \quad (5.25)$$

donde $\langle a || Y_j || b \rangle$ son los elementos de matriz reducido, que dan la dependencia geométrica de la interacción, mientras $\langle R_a | F_J | R_b \rangle$ da la dependencia radial de la misma. El potencial $U(r)$ es el potencial de Woods-Saxon con parámetros elegidos de modo de reproducir la energía del estado fundamental del sistema de dos partículas.

Reemplazando la fuerza separable en la ecuación de Schroedinger resulta,

$$(E_N - \varepsilon_a - \varepsilon_b) X_{ab, N} - G f_{cd} \sum_{a \leq b} X_{ab, N} f_{ab} = 0 \quad (5.26)$$

lo cual determina la siguiente relación de dispersión,

$$\frac{1}{G} = - \sum_{a \leq b} \frac{f_{ab}^2}{E_N - \varepsilon_a - \varepsilon_b} \quad (5.27)$$

Los polos de esta ecuación corresponde a los autovalores E_N del sistema de dos partículas, mientras las amplitudes de la función de onda quedan

determinadas mediante

$$X_{ab,N} = \Lambda_N \frac{f_{ab}}{E_N - \varepsilon_a - \varepsilon_b} \quad (5.28)$$

donde Λ_N se obtiene por la condición de normalización del autoestado de dos partículas

$$\Lambda_N = \left[\sum_{a \leq b} \frac{f_{ab}^2}{(E_N - \varepsilon_a - \varepsilon_b)^2} \right]^{-1/2} \quad (5.29)$$

Se puede, de esta forma, obtener la energía y la función de onda mediante el parámetro de fuerza del potencial separable $G > 0$. En este trabajo se utilizarán datos experimentales de la energía para ajustar el valor de G y se analizará el comportamiento observado al variar G , esto es al aumentar o disminuir la fuerza de la interacción entre partículas.

Capítulo 6

Propiedades del núcleo ^{18}O

Se estudiará el núcleo ^{18}O modelizándolo con el formalismo descrito anteriormente en el Capítulo 5 como dos neutrones afuera del carozo inerte ^{16}O . Esta aproximación resulta adecuada ya que el núcleo ^{16}O posee número mágico tanto de neutrones como de protones, haciéndolo muy estable. Previamente estudiamos los niveles del modelo de una partícula, ^{17}O , modelizada como un neutrón afuera del carozo ^{16}O . Se utilizarán los resultados obtenidos en esa sección para formar la base del modelo de dos partículas. Las energías del sistema de una partícula se presentan en la Tabla 6.1. Estos resultados fueron obtenidos mediante el programa Gamow con potenciales central del tipo Wood-Saxon con intensidad $V_0 = 52,827$ MeV y un potencial de acople espín-órbita con intensidad $V_{so} = 13,492$ MeV fm ambos con radio reducido $r_0 = 1,245$ fm y difusividad $a = 0,7$ fm.

| Estado | J_π | E (MeV) | E_{exp} (Mev) |
|------------|---------|------------------|-----------------|
| $0d_{5/2}$ | 5/2+ | (-4.140,0) | -4.140 |
| $1s_{1/2}$ | 1/2+ | (-3.274,0) | -3.274 |
| $0d_{3/2}$ | 3/2+ | (0.940, -0.0613) | 0.941 |

Tabla 6.1: Estados correspondientes al espacio modelo del sistema ^{17}O con los valores de energía calculados con el código Gamow comparado con los valores experimentales.

En la tabla 6.1 se presentan solo las energías que se utilizaran para formar la base de estados del ^{18}O . Esto es, el espacio modelo estará generado entonces por los dos estados ligados $0d_{5/2}$ y $1s_{1/2}$ y la resonancia $1d_{3/2}$.

Se debe elegir un contorno del continuo para completar la representación de Berggren. Se utilizará un contorno rectangular del tipo presentado en la sección 3 con vértices en $a = 0 \text{ MeV}$, $c = 0,5 \text{ MeV}$ y $b = 6 \text{ MeV}$ y energía de corte en $d = 12 \text{ MeV}$. Este contorno permite encontrar la resonancia en la zona de energías permitidas. Para discretizar el contorno se utilizara el método Gauss-Legendre de integración, donde se debe indicar el número de puntos n_g en los que se descompone el camino.

Para determinar el número de puntos n_g que resulta adecuado para discretizar el camino se analizó la convergencia del método con respecto a n_g . La Tabla 6.2 muestra la convergencia del estado fundamental O_1^+ y de los dos primeros estados excitados O_2^+ y O_3^+ . respectivamente, del ^{18}O como función de n_g . Se observa que las energías convergen hasta cuatro dígitos decimales para valores de $n_g = 60$ en adelante. Se observa que aún para n_g grandes la solución no varía apreciablemente, esto indica que la solución es numéricamente estable.

Con estos datos se puede armar la representación de dos partículas para ^{18}O y utilizando el procedimiento descrito en el Capítulo 3 se pueden obtener

| n_g | E (MeV) | E (MeV) | E (MeV) |
|-------|----------------------|---------------------|--------------------|
| 0 | (-11.8795 , 0.0952) | (-6.7346 , 0.0023) | (1.0352, -0.1220) |
| 10 | (-12.2364 , 0.0283) | (-6.7444 , 0.0006) | (0.900 , -0.1513) |
| 30 | (-12.1942 , 0.0016) | (-6.7435 , 0) | (0.9637 , -0.0896) |
| 60 | (-12.1936 , 0) | (-6.7435 , 0) | (0.9653 , -0.0920) |
| 100 | (-12.1936 , 0) | (-6.7435 , 0) | (0.9653 , -0.0920) |
| 200 | (-12.1936 , 0) | (-6.7435 , 0) | (0.9653 , -0.0920) |

Tabla 6.2: Estudio de la convergencia del estado fundamental y los dos primeros estados excitados O^+ del ^{18}O con respecto al número de estados n_g de dispersión del contorno.

las energías y autoestados del hamiltoniano descompuesto en estados de esta representación.

El procedimiento de búsqueda de polos y cálculo de los estados será llevado a cabo por un programa que diagonaliza el hamiltoniano de dos neutrones en la base de partícula simple formado por estados ligados, resonancias y estados del continuo.

La intensidad de la interacción residual entre partículas estará determinada por un parámetro G_α , donde α representa el momento angular total del estado, como nos limitamos a estudiar estados que acoplan con momento angular total $J = 0^+$, como es el caso del estado fundamental, se tiene en este trabajo $\alpha = 0^+$. G_α será determinado de tal manera que la energía del estado fundamental se ajuste lo mejor posible a los datos experimentales conocidos. Se encuentra de esta forma estados de dos partículas correlacionadas, formado por una combinación lineal de los estados de la representación de Berggren, como se presenta en la Tabla 6.3.

Se encuentran tres autoestados, el estado fundamental y un primer estado excitado ligados y un segundo estado excitado en el continuo. El estado fundamental es ligado, en $E_0 = -12,193$ MeV concuerda con los datos expe-

| Estado | Energía (MeV) | Configuración | | |
|--------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | $(0d_{5/2})^2$ | $(1s_{1/2})^2$ | $(0d_{3/2})^2$ |
| E_0 | (-12.193,0) | (0.886 , 0) | (0.076 , 0) | (0.037 , 0) |
| E_1 | (-6.743,0) | (0.081 , 0) | (0.918 , 0) | (0.001 , 0) |
| E_2 | (0.948,-0.017) | (0.012 , 0.003) | (0.02 , -0.004) | (0.986 , 0.001) |

Tabla 6.3: Energías correspondientes a los tres primeros estados 0^+ del ^{18}O calculados numéricamente en la representación de Berggren.

rimentales para la energía de separación de dos neutrones del ^{18}O . Es posible comparar con el espectro experimental que se presenta en la fig. 6.1 [10].

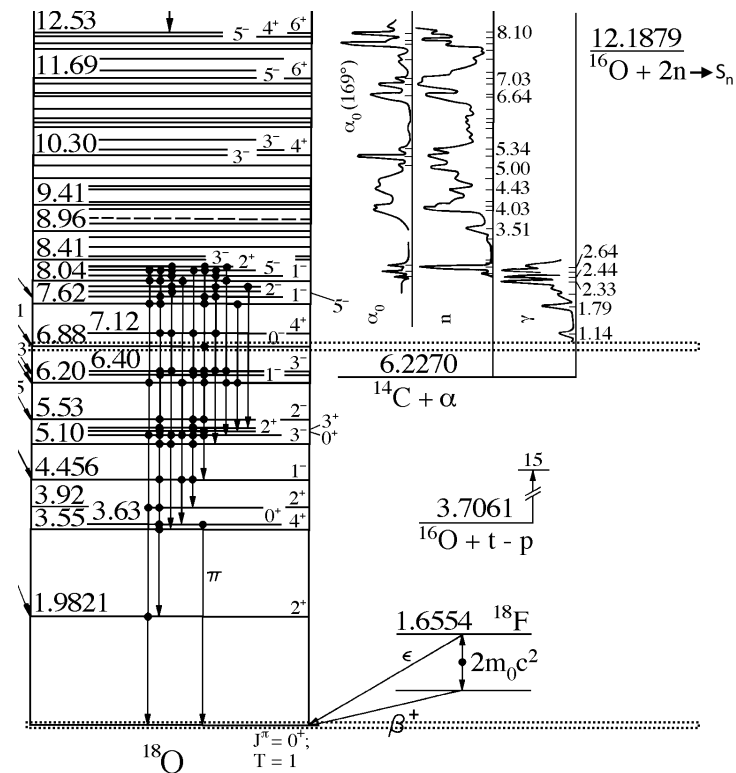


Figura 6.1: Espectro experimental del ^{18}O [10]

La composición de estados dadas en la Tabla 6.3 representan la suma de

las contribuciones a la norma de las componentes polo-polo, polo-continuo y continuo-continuo asociadas a cada estado del espacio modelo, se observa que predomina las configuraciones donde los dos neutrones están en los estados $d_{5/2}$, para el estado fundamental 0_1^+ , mientras que la mayor contribución al primer estado excitado 0_2^+ corresponde a los dos neutrones en el estado ligado $s_{1/2}$. Finalmente, el segundo estado excitado está en el espectro continuo de energía, esto es, corresponde a una resonancia de dos partículas y su función de onda se construye principalmente con la configuración donde los dos neutrones ocupan la resonancia $d_{3/2}$.

En las Tablas 6.4, 6.5 y 6.6 se dan detalles de las contribuciones correspondientes a configuraciones donde las dos partículas están en una resonancia (polo-polo), una de ellas está en una resonancia y la otra en el contorno (polo-cont), o si ambas se encuentran en configuraciones correspondientes al contorno (cont-cont). Este análisis permite observar la contribución de las distintas configuraciones y en particular analizar que parte del continuo es más importante para cada estado.

La Tabla 6.4 muestra la composición del estado fundamental 0_1^+ del ^{18}O . Este estado está compuesto principalmente por la configuración $(0d_{5/2})^2$ que corresponde a los dos neutrones en el estado fundamental del ^{17}O . Configuraciones donde los neutrones ocupan el primer y segundo estado excitado del ^{17}O son pequeñas. También, puede observarse que la contribución de las configuraciones donde los neutrones están en el continuo no resonante (contorno) son despreciables. Nótese que las contribuciones de las distintas configuraciones $(0d_{3/2})^2$ polo-polo, polo-cont y cont-cont, es compleja, pero la suma de las tres contribuciones es real.

En la Tabla 6.5 se dan las composiciones para el primer estado excitado 0_2^+ del ^{18}O , se nota que este estado se mezcla muy poco con las configuraciones

| $E_0 = (-12,194, 0)$ | $(0d_{5/2})^2$ | $(1s_{1/2})^2$ | $(0d_{3/2})^2$ |
|----------------------|----------------|----------------|-----------------|
| polo-polo | (0.881 , 0) | (0.072 , 0) | (0.027, -0.007) |
| polo-cont | (0.005 , 0) | (0.004 , 0) | (0.010 , 0.006) |
| cont-cont | (0 , 0) | (0 , 0) | (0.001 , 0.001) |
| total | (0.886 , 0) | (0.076 , 0) | (0.037 , 0) |

Tabla 6.4: Composición del estado fundamental 0_1^+ del ^{18}O .

del continuo; esto se debe a que la energía se encuentra en el eje real negativo, lejos de los elementos del continuo y los elementos de matriz entre estados del continuo y ligados son pequeños.

| $E_1 = (-6,743, 0)$ | $(0d_{5/2})^2$ | $(1s_{1/2})^2$ | $(0d_{3/2})^2$ |
|---------------------|----------------|----------------|------------------|
| polo-polo | (0.081 , 0) | (0.918 , 0) | (0.001 , -0.007) |
| polo-cont | (0 , 0) | (0 , 0) | (0 , 0) |
| cont-cont | (0 , 0) | (0 , 0) | (0 , 0) |
| total | (0.081 , 0) | (0.918 , 0) | (0.001 , 0) |

Tabla 6.5: Composición del estado primer estado (ligado) excitado 0_2^+ del ^{18}O .

En la Tabla 6.6 se ve la configuración del segundo estado excitado 0_2^+ del ^{18}O . Claramente se observa que la contribución del continuo es más importante en este estado. esto se debe a es una resonancia, ubicada en el plano complejo con parte imaginaria apreciable. La contribución más importante viene de la configuración donde los dos neutrones se ubican en la resonancia $0d_{3/2}$. Configuraciones donde uno de los neutrones ocupa el continuo no resonante (polo-cont y cont-cont) son pequeñas pero no nulas, a diferencia del los otros dos estados 0^+ estudiados en las tablas 6.4 y 6.5.

Dado que la función está normalizada a la unidad, la suma de todas las partes imaginarias de todas las configuraciones debe ser cero. Por otro lado, se observa que la suma para cada onda parcial en el estado ligado es

| $E_2 = (0,965, -0,092)$ | $(0d_{5/2})^2$ | $(1s_{1/2})^2$ | $(0d_{3/2})^2$ |
|-------------------------|--------------------|--------------------|------------------|
| polo-polo | (0.024 , 0.006) | (0.006 , 0.001) | (1.055, -0.016) |
| polo-cont. | (-0.012 , -0.003) | (-0.005 , -0.006) | (-0.067 , 0.016) |
| cont.-cont. | (0 , 0) | (0.001 , 0.001) | (-0.001 , 0.001) |
| total | (0.012 , 0.003) | (0.002 , -0.004) | (0.986 , 0.001) |

Tabla 6.6: Composición del segundo estado (resonancia) excitado 0_3^+ del ^{18}O .

real, aún cuando algunas contribuciones son complejas. La contribución del continuo, tanto la polo-polo como la polo-cont al estado E_1 , es despreciable. Este estado está compuesto principalmente de los polos correspondientes a estados ligados $(0d_{5/2})^2$ y $(s_{1/2})^2$, con preponderancia de este último. Este comportamiento se debe a que la energía de este polo está en el eje real y lejos de los estados de dispersión.

6.1. Movimiento de los polos en el plano complejo de energía

Se analiza a continuación el comportamiento de los polos al variar la fuerza de interacción G_α , esto permite mostrar cómo la interacción residual entre partículas afecta los estados correlacionados de dos partículas.

En la Fig 6.2 se observa gráficamente el corrimiento de los polos al aumentar la interacción. Se indican los estados completamente puros cuando la interacción es cero ($G_\alpha = 0$). Se puede observar que el estado fundamental se hace mas ligado al aumentar la interacción, separándose mas del resto del espectro de energía. El primer estado excitado, correspondiente a $(s_{1/2})^2$ en orden cero, varia poco con la interacción manteniéndose con una energía similar a la de orden cero y mezclándose casi exclusivamente con el estado $(d_{5/2})^2$, sin contribución del continuo; esto se debe a que se encuentra en el

eje real a una distancia lejana de los estados del continuo, este estado variara muy poco de su valor de orden cero.

El comportamiento de la resonancia $(d_{3/2})^2$ resulta mas complejo, ya que comienza acercándose al eje real hasta $G_\alpha = 8$ MeV y alejándose para valores superiores. Esto es, la interacción tiene el efecto de hacer que la resonancia sea más angosta para valores pequeños de la interacción, pero luego produce el efecto contrario, haciendo que la resonancia se más ancha. Este comportamiento se entenderá cuando se analice la composición de la función de onda en término de las configuraciones de partícula simple.

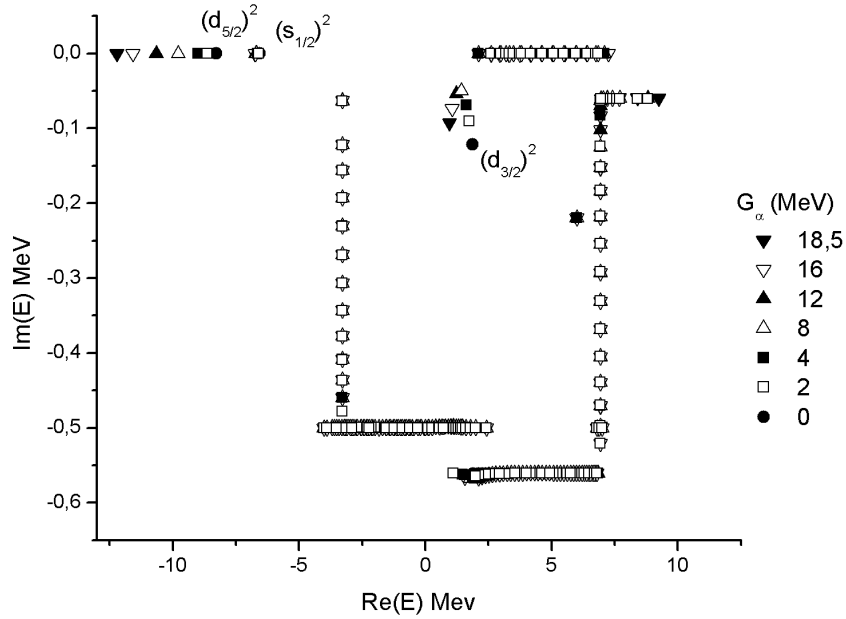


Figura 6.2: Variación de las energías de los estados 0^+ del ^{18}O como función de la intensidad de la interacción.

En las Tablas 6.7 y 6.8 se muestran cómo varía la composición del estado fundamental E_0 y de la resonancia E_2 al aumentar la intensidad de la fuerza de interacción. El comportamiento general es tal que para $G_\alpha = 0$ los estados de dos partículas son completamente puros ya que es el caso del hamiltoniano sin interacción y al aumentar la fuerza de interacción los estados se hacen

más colectivos ya que es necesaria las componentes de los demás estados para diagonalizar la perturbación introducida por la interacción residual. Se observa que predomina en los estados compuestos las contribuciones asociadas a los estado de orden cero.

| G_α (MeV) | E (MeV) | $(0d_{5/2})^2$ | $(1s_{1/2})^2$ | $(0d_{3/2})^2$ |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 2 | (-8.626 , 0) | (0.995 , 0) | (0.005 , 0) | (0.001 , 0) |
| 4 | (-8.990 , 0) | (0.984 , 0) | (0.014 , 0) | (0.002 , 0) |
| 8 | (-9.787 8, 0) | (0.956 , 0) | (0.036 , 0) | (0.008 , 0) |
| 12 | (-10.657 , 0) | (0.927 , 0) | (0.055 , 0) | (0.018 , 0) |
| 16 | (-11.587 , 0) | (0.901 , 0) | (0.069 , 0) | (0.029 , 0) |
| 18.5 | (-12.193 , 0) | (0.886 , 0) | (0.076 , 0) | (0.037 , 0) |

Tabla 6.7: Variación de la composición del estado fundamental E_0 al aumentar la intensidad de interacción.

| G_α (MeV) | E (MeV) | $(0d_{5/2})^2$ | $(1s_{1/2})^2$ | $(0d_{3/2})^2$ |
|------------------|-------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| 2 | (1.752 , -0.090) | (0 , 0) | (0 , 0) | (1 , 0) |
| 4 | (1.636 , -0.069) | (0.001 , 0) | (0. , 0) | (0.999 , 0.001) |
| 8 | (1.424 , -0.050) | (0.003 , 0) | (0 , -0.001) | (0.997 , 0.001) |
| 12 | (1.234 , -0.054) | (0.006 , 0) | (0.001 , -0.002) | (0.994 , 0.002) |
| 16 | (1.063 , -0.074) | (0.009 , 0.001) | (0.001 , -0.003) | (0.989 , 0.002) |
| 18.5 | (0.965 , -0.092) | (0.012 , 0.003) | (0.002 , -0.004) | (0.986 , 0.001) |

Tabla 6.8: Variación de la composición de la resonancia de dos partículas E_2 al aumentar la intensidad de interacción.

La Fig. 6.3 muestra el comportamiento de los polos correspondientes a los estados ligados al aumentar la interacción, se observa que para interacción cero, los estados de dos partículas están definidos sólo por $(d_{5/2})^2$ y $(s_{1/2})^2$, respectivamente. Al aumentar la interacción el estado fundamental disminuye su energía, haciéndose mas ligado por efecto de la mezcla con los elementos del continuo y los polos. Por otra parte el primer estado excitado se mezcla

muy poco, siendo la contribución de los estados del continuo es despreciable, por esta razón la energía se mantiene a un valor muy cercano de la energía de orden cero correspondiente a la configuración $(s_{1/2})^2$.

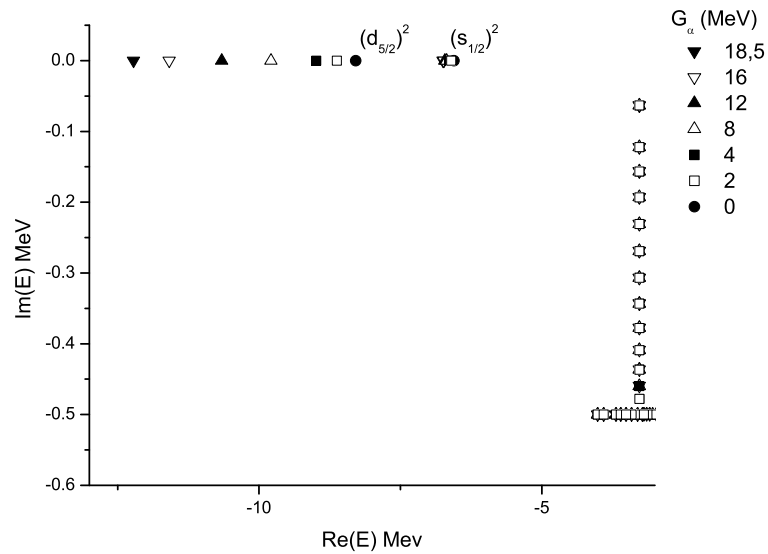


Figura 6.3: Comportamiento detallado de los polos correspondientes a los estados ligados E_0 y E_1 al variar la intensidad de interacción G_α .

La figura 6.4 muestra más detalle del desplazamiento de la resonancia de dos partículas correspondiente al estado de orden cero $(d_{3/2})^2$. Para interacciones pequeñas esta resonancia comienza haciéndose mas angosta debido a la mezcla con estados correspondientes a la resonancia angosta $(d_{5/2})^2$ y $(s_{1/2})^2$, pero al aumentar la intensidad de interacción aumenta el valor absoluto de su parte imaginaria, debido a que los estados del continuo no resonante (estado de dispersión del contorno) comienzan a tener más peso en la mezcla.

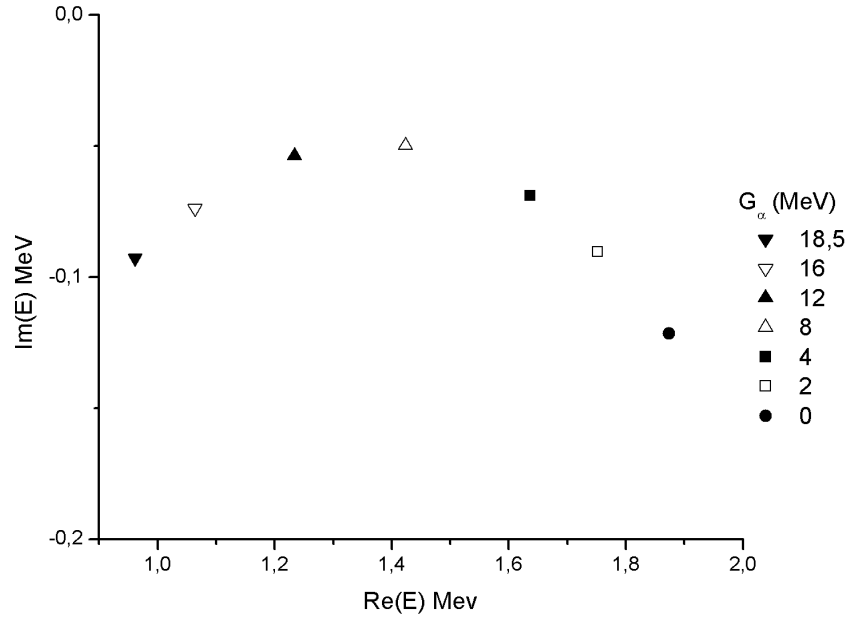


Figura 6.4: Comportamiento detallado de la resonancia E_2 al variar la intensidad de interacción

Es posible, además, calcular las funciones de onda en representación coordenadas asociadas a los estados de dos partículas. En la figura 6.5 se muestran las componentes reales e imaginarias de la amplitud al cuadrado de la función de onda (para $\theta = 0$) del estado fundamental 0_1^+ y el primer estado excitado 0_2^+ para $G_\alpha = 18,5$ MeV. Este valor de intensidad reproduce la energía experimental E_0 del estado fundamental del ^{18}O .

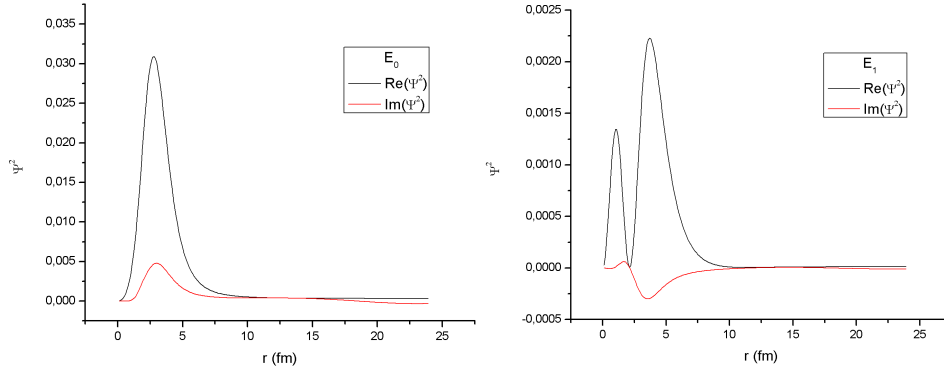


Figura 6.5: Amplitud cuadrada de las funciones de onda del estado fundamental E_0 (izq.) y el primer estado excitado E_1 (der.), correspondiente al valor de intensidad experimental $G_\alpha = 18,5$ MeV.

Puede verse que los estados ligados del núcleo ^{18}O se comportan de manera localizada con parte imaginaria muy pequeña, a pesar de ser estados colectivos que poseen elementos del continuo. Nótese también el número de nodos para el estado fundamental y excitado semeja al comportamiento de partícula simple.

El estado fundamental E_0 presenta un comportamiento localizado en una región del espacio cercana al carozo inerte ^{16}O . Su parte imaginaria es muy mas pequeña como se espera para un estado localizado. El primer estado excitado E_1 del núcleo ^{18}O presenta características similares, aunque está menos localizado que el estado fundamental, lo cual es de esperar en un estado excitado. Su parte imaginaria es también pequeña, compara con su parte real, lo cual es consistente para un estado ligado.

En la Fig. 6.6 se muestra la función de onda para el segundo estado excitado del núcleo ^{18}O . La energía de este estado es compleja $E_2 = (0,965, -0,092)$ MeV, lo cual corresponde a un estado del resonante del continuo de dos partículas. Se observa que la parte real tiene un comportamiento localizado, similar a los casos anteriores, pero la parte imaginaria de la función de onda tiene un mayor peso. Esto último indica que este estado tendrá un compor-

tamiento similar al de resonancia ancha descrito para el caso de partícula simple y por ende, tendrá un tiempo de vida muy pequeño, por lo que será más difícil de observar experimentalmente. También se ve que la parte imaginaria empieza a presentar comportamiento oscilatorio a menor distancia que los estados anteriores, aún cuando su comportamiento cerca del núcleo sea localizado.

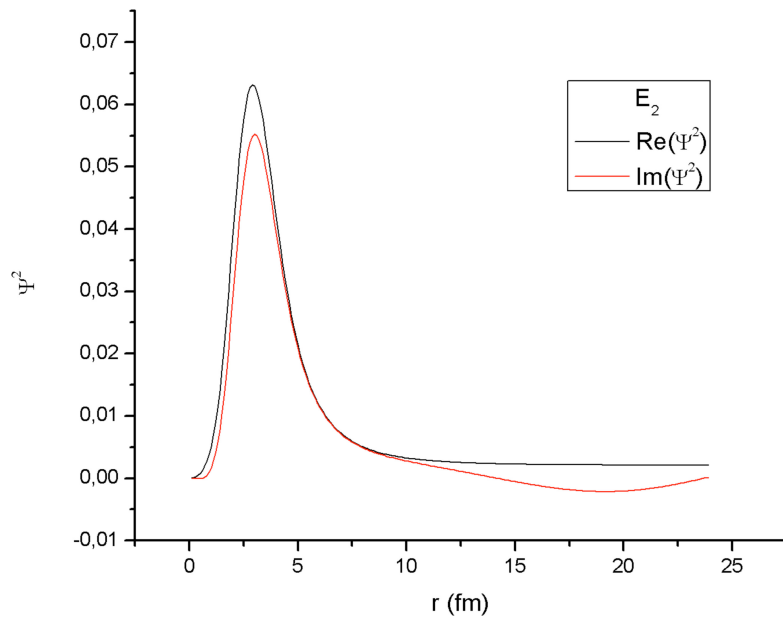


Figura 6.6: Amplitud cuadrada de la función de onda de la resonancia $E_2 = (0,965, -0,092)$ MeV, correspondiente al valor de intensidad experimental $G_\alpha = 18,5$ MeV.

Capítulo 7

Propiedades en la línea de goteo

Los distintos núcleos conocidos, formados por un conjunto ligado de Z protones y N neutrones, pueden representarse en un diagrama con ejes Z y N , formando lo que se conoce como gráfica de Segre o tabla de nucleidos. En la Fig. 7.1 se muestra la tabla de nucleidos conocidos, la región compuesta por nucleos estables, llamada valle o isla de estabilidad, esta marcada en negro mientras que en blanco se representan los nucleidos inestables conocidos, en gris se marcan las regiones en las que se predice teóricamente que existirán núcleos inestables. También se marcan los números mágicos predichos por el modelo de capas, para los que se observa una mayor estabilidad.

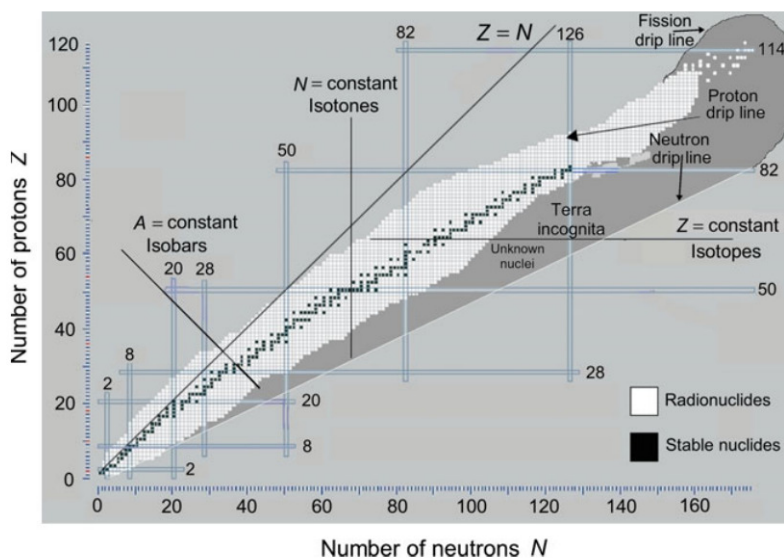


Figura 7.1: Gráfica de Segre representando a todos los nucleidos $A = N + Z$ como función del número de neutrones N y protones Z . La región en negro representa los núcleos estables [12].

El valle de estabilidad está formado por los 284 núcleos estables conocidos, distribuidos en 83 elementos, como puede verse en la Fig. 7.1 esta región de la tabla de nucleidos sigue aproximadamente la línea $Z = N$ para núcleos livianos, mientras que para núcleos más pesados se tiene $N > Z$, la razón N/Z aumenta hasta aproximadamente 1,5 para los elementos estables más pesados.

Es posible alejarse de la zona de estabilidad agregando nucleones, si se tiene que N/Z es demasiado bajo para ser estable se dice que el núcleo está en la zona con abundancia de protones (proton-rich), mientras que si N/Z demasiado alto se dice que tiene abundancia de neutrones (neutron rich). Si se continúa aumentando el número de nucleones el núcleo se hace menos estable, hasta que se tiene que el sistema es no ligado. A Los núcleos en la región límite donde el sistema deja de ser ligados forman la línea de goteo (dripline), cuyo nombre se basa en que al agregar otro nucleón este no se

.adhieren al sistema sino que se escapan o "gotean".

La region de mayor relevancia para este trabajo es las zona de núcleos livianos y medianos ($Z \lesssim 20$), en particular los isotopos de oxigeno, en la fig 7.2 puede observarse mas claramente esta región.

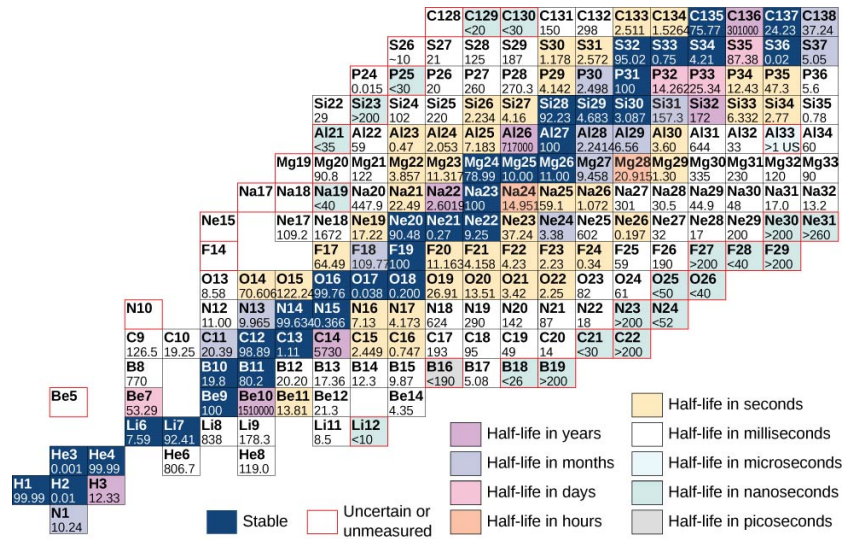


Figura 7.2: Región de núcleos livianos y mediano de la tabla de nucleido, Se dan los tiempos de vida medio.

En la fig. 7.2 puede verse que los núcleos estudiados hasta ahora ^{17}O y ^{18}O se encuentran en la región de estabilidad, ambos isotopos son ligados y estables. En contraste los núcleos que se tratan a continuación, ^{25}O y ^{26}O se encuentran en el limite de estabilidad, pertenecen a la linea de goteo de neutrones. Los núcleos en esta región se encuentran bajo condiciones extremas, ya que poseen una proporción muy desigual de neutrones y protones. En general la linea de goteo de neutrones es mas estable que la de protones, debido a la ausencia de interaccion colombiana.

Cuando el numero de neutrones aumenta hasta el punto en que los neutrones externos están apenas ligados, se encuentran propiedades peculiares en la estructura nuclear algunos de los núcleos que muestran estas propieda-

des exóticas se presentan en la fig. 7.3. La observación experimental de estas propiedades es un área de gran interés en la física nuclear. Se describirán a continuación algunos de los fenómenos mas relevantes para este trabajo que ocurren en la línea de goteo.

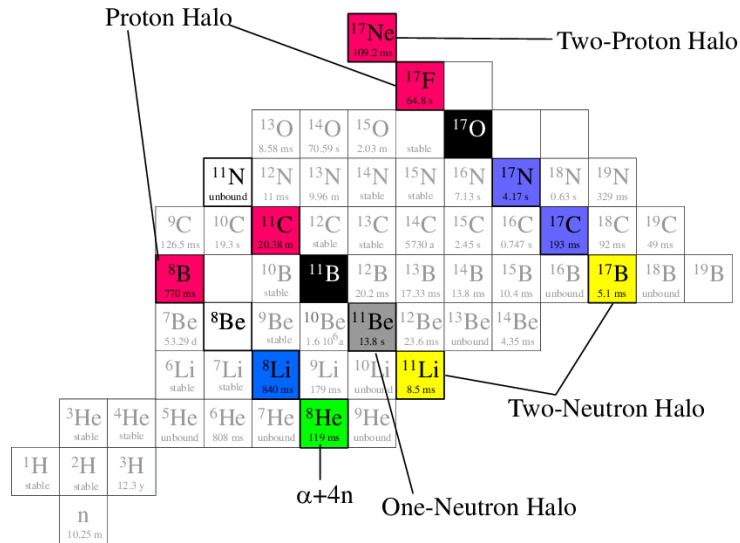


Figura 7.3: dripline

7.1. Densidad nuclear: Halos y 'Neutron Skin'

Una de las propiedades que presenta anomalías lejos de las zonas de estabilidad es la densidad nuclear y la forma en que se distribuyen los nucleones en el núcleo. Previo al estudio de esta descubrimiento de este tipo de estructuras se pensaba que la densidad nuclear cumplía tres propiedades básicas para todos los núcleos estas hipótesis eran:

- La distribución de masa tiene un radio medio que depende como $r_0 A^{1/3}$ donde r_0 es una constante de radio;
- los protones y neutrones están mezclados homogéneamente en el núcleo;

- El grosor de la superficie es constante;

Con la aparición nueva evidencia experimental para elementos lejanos al valle de estabilidad, se encontró que estos puntos solo son validos para núcleos estables mientras que para nucleos inestables se observan notables diferencias. Este hecho se pone en evidencia en la fig 7.4.

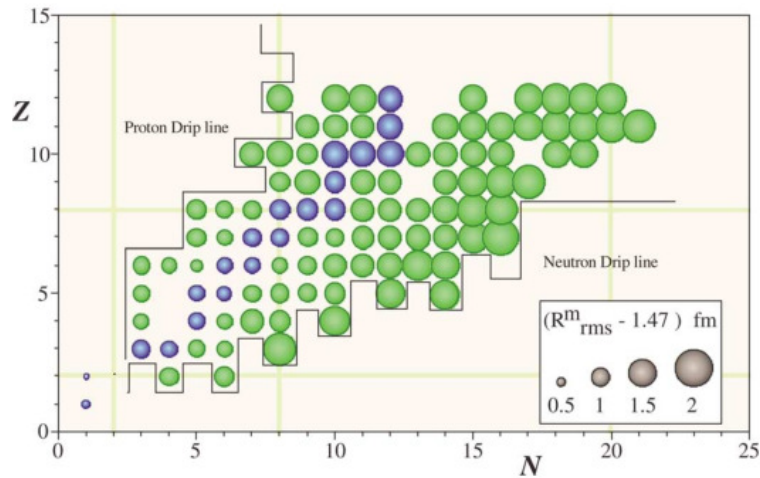


Figura 7.4: radio cuadrático medio para distintos núcleos. Se observa que los isotopos inestables se comportan distinto de los estables[13].

Estas diferencias están relacionados con cambios en la estructura interna de los núcleos. Por ejemplos se observa experimentalmente que la distribución espacial de neutrones tiende a extenderse mas que la distribución espacial de protones, esta propiedad se observa especialmente en átomos pesados. Esto resulta en la apariencia de una capa exterior de neutrones a esta capa se la llama neutron skin (piel), este fenómeno fue sugerido por primera vez en por [14]. La primer comparación directa entre radio de carga y radio de densidad de neutrones para un rango amplio rango de numero de neutrones fue hecha por [15] utilizando isotopos de Na, el resultado de este estudio muestra claramente la tendencia de los neutrones de posicionarse a un radio

mayor que los protones cuando el numero de neutrones aumenta, como puede verse en la Fig. 7.5.

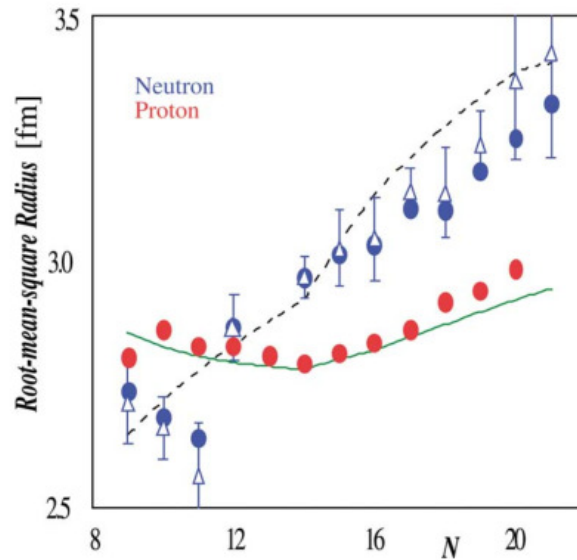


Figura 7.5: Radio medio para neutrones y protones como función del número de neutrones N para los isótopos del Na. Se observa que para N grande los neutrones tienden a distribuirse a distancias mayores que los protones. [15]

Otra característica exótica relacionada con la densidad espacial de neutrones en la línea de goteo, es el llamado halo nuclear. Este se ve como núcleos que para cierto número de nucleones presentan radios mucho más grande de lo que se predice teóricamente o lo que se espera de núcleos con un número similar de partículas, como es el caso del ^6He y el ^{11}Li se observa en la fig. 7.6. La medición del radio cuadrático medio para estos núcleos muestran un crecimiento súbito con respecto a isótopos con un número similar de neutrones.

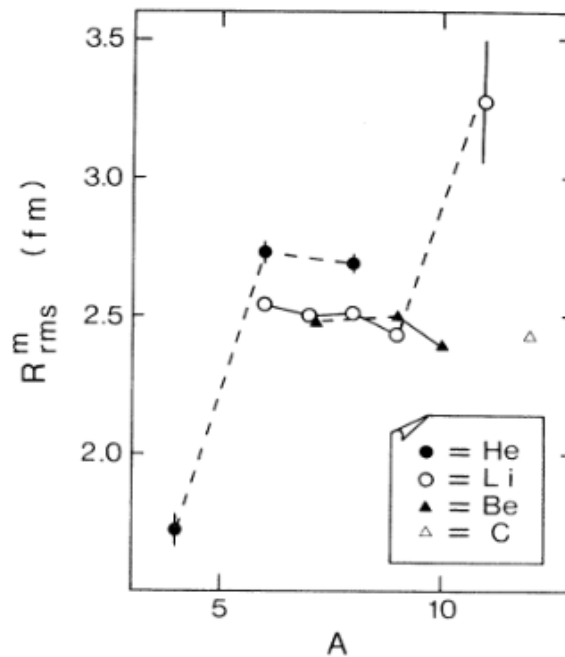


Figura 7.6: Radio medio de los isótopos del Helio y el Litio [16]. Se observa una gran variación del radio medio en núcleos que tienen estructura de halo como el ${}^6\text{He}$ y el ${}^{11}\text{Li}$.

La razón de esta diferencia tan marcada está relacionada con la forma en que los nucleones se distribuyen en el núcleo. En particular se observa un cambio en la forma de la distribución de densidad de probabilidad espacial como se muestra en 7.7 [17]. Se encuentra en núcleos que presentan esta clase de comportamiento que la densidad espacial no cae bruscamente a cero sino que tiene una cola de densidad baja que tiende lentamente a cero para radios grandes lo que resulta en tamaños atómicos mucho más grandes de lo usual para núcleos similares.

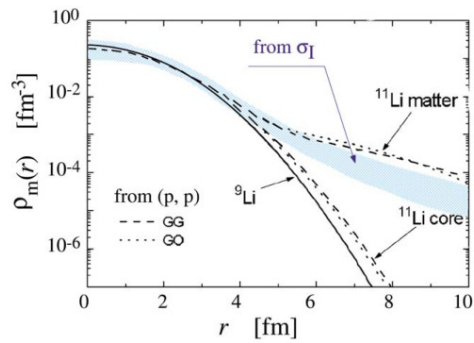


Figura 7.7: Densidad espacial del ^{11}Li comparada con el carozo ^9Li . [17]

Tanto el fenómeno de halos como el de piel de neutrones refieren a la distribución espacial de neutrones en el núcleo. La diferencia entre ambas es la forma de la distribución, como se ilustra en la figura 7.8, el efecto de neutron skin tiene una distribución de protones similar a la de neutrones que va a cero para un radio un poco mayor. En el fenómeno halos la distribución cae muy lentamente y tiene una cola que se extiende hasta radios mucho mayores antes de desvanecerse completamente, esto resulta en núcleos parecen muy grandes.

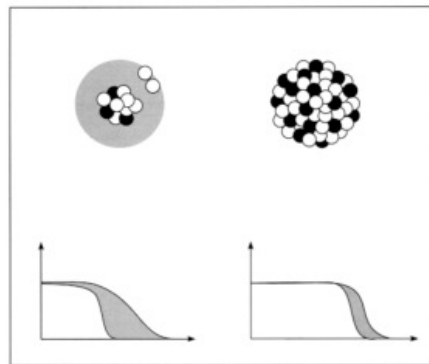


Figura 7.8: La distribución de un halo(izq) cae lentamente a cero y se extiende a radios muy grandes. La distribución de neutron "skin"(der) se comporta similar a la distribución de protones con un radio mayor.

7.2. Sistemas Borromeos

Uno de los tipos de sistemas que presentan halos de gran interés es el caso de halos de dos partículas, que se presenta cuando dos neutrones de valencia están ligados débilmente al resto del núcleo como es el caso en el ^{11}Li . En este núcleo no es posible considerar al sistema como un neutrón de valencia ligado al ^{10}Li porque el sistema de ^{10}Li no es ligado, como puede verse en la Fig. 7.3. Sin embargo el sistema ^{11}Li sí es ligado y presenta un comportamiento de halo de dos partículas. La existencia de este sistema sólo puede explicarse considerando la interacción entre los dos neutrones de valencia. Este sistema ilustra otro fenómeno propio de la 'dripline' conocido como núcleo Borromeano del que se hablará a continuación.

Un núcleo Borromeano es un núcleo que puede describirse como tres subsistemas, donde cada par no es ligado si se los considera por separado, pero el sistema total, esto es la terna, sí es ligado. La denominación Borromeana proviene del símbolo de la familia Borromeo del siglo XV que representa tres anillos conectados de tal manera que al separar uno de ellos resulta en la separación de los tres, como se ilustra en la figura 7.9.

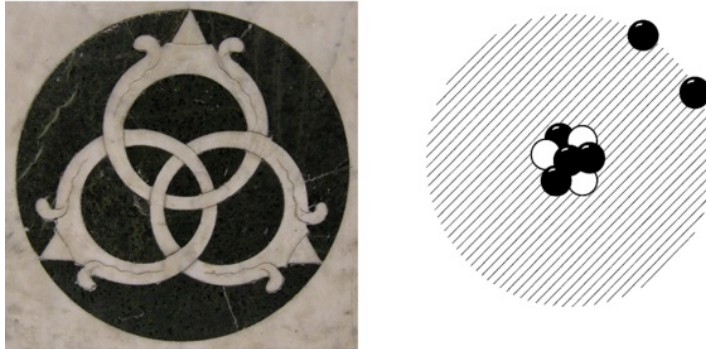


Figura 7.9: Anillos Borromeos (*izq.*) tomado del Escudo de la Familia Borromeo. Representa un sistema unido. Si se separa uno de los anillos, los otros dos también se desunen. El sistema nuclear ^{11}Li (*der.*) formado por un carozo y dos nucleones de valencia, tienen la misma significación.

Cabe destacar que el sistema de dos neutrones, no es ligado si se encuentran fuera del núcleo. Los sistemas Borromeos ponen en evidencia la importancia de las interacciones entre neutrones de valencia, en especial para sistema poco ligados. Esta interacción resulta en núcleos más ligados para un número de neutrones pares.

7.3. Cambios en los números mágicos

Finalmente se hablará de otro fenómeno que sucede en la línea de goteo que resulta relevante para esta trabajo. Este es la variación en los números mágicos y los cambios en la estructura de capas usual. Las primeras evidencias de este efecto fueron los estudios de espectroscopía atómica en isótopos del Na. Éstos mostraban efectos anómalos en los momentos magnéticos, espín y radio de carga de estos isótopos que no eran consistentes con las predicciones del modelo de capas [18]. Estos resultados sugerían que la diferencia entre las capas para $N = 20$ podía hacerse mucho mas pequeña de lo predicho por el modelo de capas, haciendo que núcleos con este número de neutrones

no mostraran la estabilidad esperada. La desaparición del número mágico $N = 20$ fue observada posteriormente en elementos con número atómico debajo del Mg y para el Al [19].

Así como se observó la desaparición del número mágico $N = 20$ para ciertos isótopos, también se encontró evidencia de nuevos números de estabilidad en otras regiones de la tabla nuclear. En Ref. [20] se sugiere la aparición del número mágico $N = 16$ para núcleos cercanos a la 'dripline'. En particular el núcleo ^{24}O , que es de particular importancia para este trabajo, ya que será usado para la descripción de los núcleos ^{25}O y ^{26}O , evidencia experimentales recientes, muestran que de hecho el ^{24}O se comporta como un núcleo con capas doblemente cerradas. Esto indica que tanto su número de protones ($Z = 8$) como su número de neutrones ($N = 16$) son mágicos [21, 22].

El estudio de números mágicos también se extiende a regiones amplias de la tabla de nucleídos basándose en información de las energías de separación, valores Q de decaimiento β y energías de separación para primeros estados excitados [23]. Encontrándose evidencia de la desaparición de distintos números mágicos y la aparición de otros. En la Fig. 7.10 se muestran los cambios en los números mágicos. Se destaca que todos los números mágicos normales para neutrones $N = 8, 20, 28$ desaparecen para núcleos con gran cantidad de neutrones y aparecen números nuevos para $N = 6, 16, 30$ y $N = 32$. Se observa además, que estos cambios también suceden en la mágicidad de los números de protones, como en la aparición del número mágico $Z = 16$.

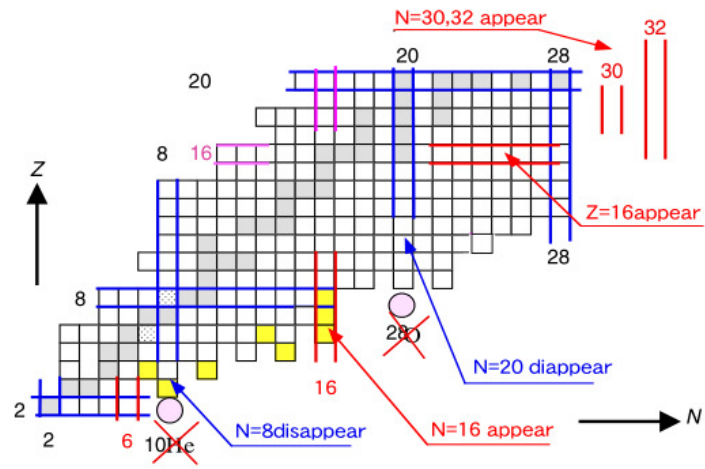


Figura 7.10: Números mágicos en la vecindad de las líneas de goteo de protones y neutrones [20, 23].

Capítulo 8

Propiedades del núcleo ^{25}O

Se estudia a continuación el caso del ^{25}O , el modelo en este caso consistirá de un neutrón afuera de un carozo inerte ^{24}O . El ^{25}O es un núcleo que se encuentra más allá de la 'dripline' (línea de goteo) de neutrones; por lo que se espera que presente un comportamiento menos ligado que en el caso del ^{17}O .

El núcleo ^{24}O posee un número mágico de protones, como ocurre en el núcleo ^{16}O , pero no posee un número mágico de neutrones según la sistemática del modelo de capas usual. Sin embargo, recientemente se ha encontrado que $N = 16$ es un número mágico para núcleos en la región de la línea de goteo. Esto es, núcleos en la dripline con $N = 16$ muestran un comportamiento notablemente más estable que lo esperado [20, 21]. Por esta razón la aproximación de que el carozo ^{24}O es inerte resulta adecuada. Se utiliza el programa Gamow con el mismo tipo de potencial central Wood-Saxon y un potencial de acople espín-órbita, ajustando los parámetros con los datos experimentales disponibles para el núcleo ^{25}O .

En este caso sólo se tiene información experimental de la energía de separación de un neutrón, ya que el ^{25}O es muy inestable y hasta la fecha no

se han observado excitaciones. Debido a que ^{25}O es un núcleo no ligado, su energía de separación es negativa y tiene un valor $S_n = -0,757$ [8]. Se elijen los parámetros de los potenciales de tal manera que la energía del estado fundamental sea consistente con la energía de separación de un neutrón en el núcleo ^{25}O . Se obtienen, de este modo, los parámetros mostrados en la Tabla 8.1.

| V_0 (MeV) | V_{so} (MeV fm) | r_0 (fm) | a (fm) |
|-------------|-------------------|------------|----------|
| 44.1 | 21.7 | 1.245 | 0.7 |

Tabla 8.1: Parámetros para el potencial que define el campo medio correspondiente un neutrón en el núcleo ^{24}O .

Las energías calculadas numéricamente con el código Gamow se muestran en la tabla 8.2, junto con la energía experimental del estado fundamental que es una resonancia.

| Estado | E (MeV) | E_{exp} (Mev) [8] |
|------------|-----------------|---------------------|
| $0d_{3/2}$ | (0.753,-0.042) | 0.757 |
| $0f_{7/2}$ | (2.762,-0.143) | - |
| $1p_{3/2}$ | (0.607, -0.995) | - |

Tabla 8.2: Niveles de energía correspondientes al ^{25}O obtenidas con el código Gamow según los parámetros de la Tabla 8.1.

Se observa que el ^{25}O no presenta estados ligados, pero tiene una resonancia angosta de baja energía con números cuánticos $3/2^+$, que corresponde al estado $d_{3/2}$ en el modelo de capas. Se encuentran también, dos resonancias correspondiente a los orbitales $f_{7/2}$ y $p_{3/2}$.

Debido a que el ^{25}O es un núcleo no ligado perteneciente a la línea de goteo, se observan dos resonancias: $d_{3/2}$ y $p_{3/2}$, la cuales resultan ser angostas,

lo cual se concluye a partir del comportamiento localizado de sus funciones de onda, mostrado en la Fig. 8.1.

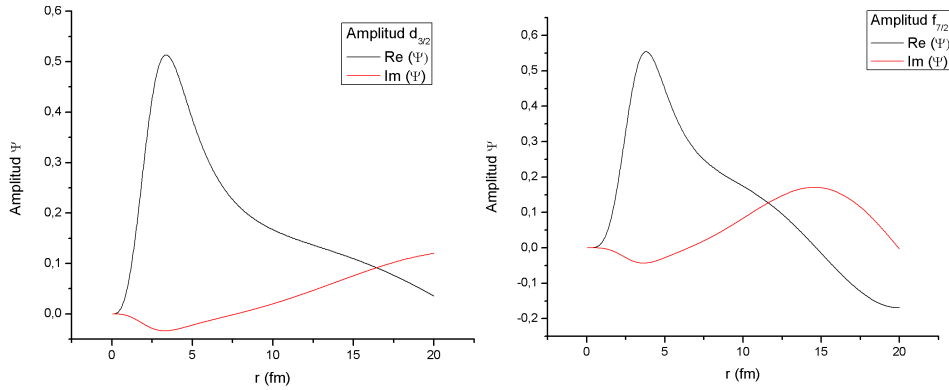


Figura 8.1: Parte real e imaginaria de las funciones de onda de los estados $d_{3/2}$ y $f_{7/2}$ de un neutrón en el núcleo ^{24}O . Ambos estados corresponden a resonancias del ^{25}O .

A diferencia del núcleo ^{17}O , no hay estados perfectamente localizados con parte imaginaria cero y componente real que tienda a cero. Sin embargo, la resonancia correspondiente a $d_{3/2}$ y, en menor medida la de $f_{7/2}$, pueden considerarse localizadas si se restringe a una distancia cercana al núcleo. Se observa que a distancias cercanas al núcleo, la parte imaginaria es considerablemente menor que la parte real, mientras que a distancias mayores se empiezan a notar un comportamiento divergente. Podemos considerar ambas resonancias como angostas y por lo tanto físicamente relevantes para describir las propiedades del núcleo ^{26}O .

En contraste al comportamiento localizado de las resonancias $d_{3/2}$ y $f_{7/2}$ discutido en el párrafo anterior, se encuentra que la resonancia $p_{3/2}$ muestra, ver Fig. 8.2, las características de resonancia ancha, esto es, la parte real no está localizada en la región del núcleo y la parte imaginaria no es pequeña.

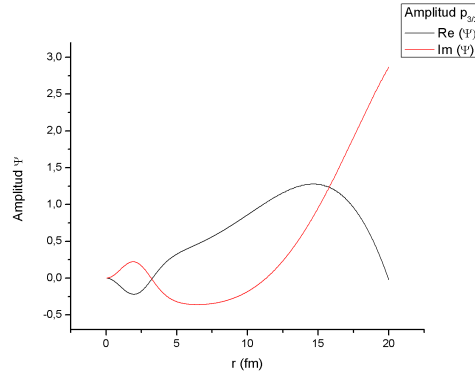


Figura 8.2: Parte real e imaginaria de la función de onda de un neutrón en el estado resonante $p_{3/2}$ del núcleo ^{25}O .

La resonancia correspondiente a $p_{3/2}$ tiene un comportamiento divergente aún en regiones cercanas al núcleo. Este estado no puede considerarse localizado y su parte imaginaria es considerable en toda región del espacio, por esta razón es muy poco probable que se observe en procesos físicos. Por este motivo, esta resonancia no será considerada como elemento en la representación de Berggren para la construcción de la base de dos partículas para el estudio de las propiedades del núcleo ^{26}O .

Como conclusión del análisis sobre el espectro de energía del ^{25}O , describiremos los estados del ^{26}O en el espacio modelo formado con las resonancias $f_{7/2}$ y $d_{3/2}$ del ^{25}O . Se incluirán además, los estados de dispersión en el plano de energía complejo con momento angular orbital desde $l = 0$ hasta $l = 4$. Estos momentos angulares corresponden a estados que se espera tengan alguna contribución en la construcción de los estados del continuo de dos partículas, cosa que fue corroborado numéricamente.

Capítulo 9

Propiedades del núcleo ^{26}O

Se analizara a continuación el caso del ^{26}O de manera análoga al ^{18}O . El modelo en este caso, consistirá de dos neutrones afuera de un carozo inerte ^{24}O . Como se mencionó anteriormente, el núcleo ^{24}O posee estabilidad porque tanto el número de protones $Z = 8$, como el número de neutrones $N = 16$ son mágicos [20, 21]. Esto nos permite justificar el uso del núcleo ^{24}O como un carozo inerte cuya interacción con el neutrón de valencia no afecta su estructura interna.

Se comienza estudiando los niveles para el sistema de una partícula, correspondiente en este caso al ^{25}O que se estudió previamente. Las energías obtenidas para el ^{25}O se presentan en la Tabla 9.1. Los parámetros del potencial utilizados para obtener estos resultados fueron: $V_0 = 44,1$ MeV, $V_{so} = 21,7$ MeV fm, $r_0 = 1,245$ fm y $a = 0,7$ fm.

| Estado | E (MeV) |
|------------|-----------------|
| $0d_{3/2}$ | (0.753,-0.042) |
| $0f_{7/2}$ | (2.762,-0.143) |
| $1p_{3/2}$ | (0.607, -0.995) |

Tabla 9.1: Estados calculados con el código Gamow correspondientes al ^{25}O con los parámetros mencionados en el texto.

Describiremos los estados del ^{26}O en el espacio modelo formado por el producto directo de los estados $f_{7/2}$ y $d_{3/2}$ del ^{25}O , dado que la resonancia $1p_{3/2}$ es ancha. Se incluirán además, los estados de dispersión en el plano de energía complejo con momento angular orbital desde $l = 0$, hasta $l = 4$. Los contornos se tomarán en el plano complejo de modo de incluir las resonancias, como requiere la representación de Berggren descrita en el Capítulo 3. Fue testeado que momentos angulares mayores que $l = 4$ no contribuyen significativamente a construir los estados correlacionados del ^{26}O .

Los estados del continuo que completa la representación de Berggren, estará dada por la discretización, usando la cuadratura de Gauss-Legendre, de los contornos rectangulares del tipo presentado en el Capítulo 3 para cada onda parcial l . Los vértices son definidos por $a = 0,5 \text{ MeV}$, $c = 1 \text{ MeV}$ y $b = 6 \text{ MeV}$ y energía de corte en $d = 15 \text{ MeV}$. Este contorno contiene ambas resonancias, $f_{7/2}$ y $d_{3/2}$, en la zona de energías permitidas.

Dada la representación de estados del ^{26}O se procede de manera análoga al caso del ^{18}O , calculando mediante el programa los estados y las energías asociadas. Para determinar la intensidad de la fuerza de interacción se utilizarán los datos experimentales de la energía de separación de dos neutrones del ^{26}O .

La primera columna de la Tabla 9.2 muestra las energías del estado fundamental 0_1^+ y el primer estado excitado 0_2^+ del ^{26}O para el valor de $G_\alpha = 8,93$

MeV, el cual reproduce la energía de separación $S_{2n}(^{26}\text{O}) = 18$ keV. Nótese que la energía de separación negativa indica que el núcleo ^{26}O no es ligado respecto a los dos neutrones de valencia. La tabla muestra dos resonancias. Una de ellas, la resonancia cercana al umbral de energía cero, $E_0 = 0,018$ MeV, tiene un valor de energía que está en acuerdo con el valor experimental de la energía de separación de dos neutrones para el ^{26}O . La segunda resonancia se encuentra en $E_1 = 4,061$ MeV. Ambos estados se forman principalmente con elementos donde los dos neutrones se encuentran en la primera y segunda resonancias, respectivamente, de partícula simple.

| E_{2n} (MeV) | $(d_{3/2})^2$ | $(f_{7/2})^2$ | $(p_{3/2})^2$ | $(g_{9/2})^2$ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| (0.018,-0.177) | (0.838,-0.038) | (0.165,0.020) | (-0.020,0.016) | (0.005,0.001) |
| (4.061,-0.310) | (0.104,0.005) | (0.896,-0.007) | (0.007,0.005) | (0.003,0.001) |

Tabla 9.2: Energías y amplitudes del estado fundamental 0_1^+ y el primer estado excitado 0_2^+ del ^{26}O para el valor experimental de $G_\alpha = 8,93$ MeV.

Para cada estado, la Tabla 9.2 muestra las configuraciones más importantes que forman el estado de dos partículas. Así, puede verse que el estado fundamental 0_1^+ , está formado principalmente por la configuración donde los dos neutrones están en la resonancia $d_{3/2}$. La siguiente configuración en importancia es aquella en la cual los dos neutrones se encuentran en la resonancia $f_{7/2}$. Finalmente, en mucho menor medida, donde los dos neutrones están en el continuo no resonante; entre ellas, las dos más importantes son aquellas con número cuántico $p_{3/2}$ y $g_{9/2}$. Aún cuando las contribuciones del continuo no resonante al estado fundamental del ^{26}O es pequeña, se diferencia del núcleo ^{18}O para el cual estas contribuciones eran prácticamente nulas. Este efecto, es precisamente, lo que se quiere significar por influencia del continuo, esto es, las correlaciones con el espectro continuo de energía,

resonante y no resonante es importante para los núcleos cercanos a la línea de goteo y no son relevantes para los núcleos en la vecindad de la línea de estabilidad.

Se da a continuación una descripción más detallada de la composición de las funciones de onda de dos neutrones en término de sus configuraciones de partícula simple, discriminando cuando ambos neutrones ocupan un estado resonante (polo-polo); cuando uno de los neutrones ocupa un estado resonante y el otro un estado del contorno (polo-cont); o cuando ambos neutrones ocupan configuraciones del contorno (cont-cont).

La Table 9.3 muestra las configuraciones más importantes que generan el estado fundamental 0_1^+ del núcleo ^{26}O discriminada en polo-polo, polo-cont y cont-cont.

| E_0 | $(0d_{3/2})^2$ | $(0f_{7/2})^2$ | $(p_{3/2})^2$ | $(p_{1/2})^2$ | $(g_{9/2})^2$ |
|--------------|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
| polo-polo | (0.847,-0.167) | (0.163,-0.011) | - | - | - |
| polo-cont | (-0.007,0.127) | (0.003,0.029) | - | - | - |
| cont-cont | (-0.002,0.002) | (0,0.001) | (-0.020,0.016) | (0.005,0.001) | (0.005,0.001) |
| total | (0.838,-0.038) | (0.165,0.020) | (-0.020,0.016) | (0.005,0.001) | (0.005,0.001) |

Tabla 9.3: Composición del estado fundamental (resonancia) 0_1^+ del núcleo ^{26}O con energía $E_0 = (0,018, -0,177)$ MeV.

Se observa, en la Tabla 9.3, que si bien los elementos polo-polo son los que predominan en la mezcla, existe también un aporte de los elementos del continuo no resonante, en particular del elemento correspondiente al orbital $p_{3/2}$, esto es debido a que este es el siguiente nivel en la estructura nuclear. El aporte es mucho más significativo que en las resonancias del ^{18}O ya que en núcleos menos ligados la contribución del continuo es más importante. Nótese que aún cuando las contribuciones para cada onda parcial es compleja, la suma sobre todas las ondas parciales que forman la representación de

Berggren es real e igual a la unidad.

El primer estado excitado 0_2^+ del núcleo ^{26}O no se conoce experimentalmente. Nuestros cálculos predicen que su energía será $E_1 = (4,062, -0,310)$ MeV. La Tabla 9.4 muestra la composición predicha para la función de onda. Se observa que los neutrones tienen preferencia por la configuración $(0f_{7/2})^2$. Dentro de esta configuración, la que corresponde a los dos neutrones en la resonancia es la más importante; luego le sigue la configuración en la cual uno de los neutrones ocupa el estado resonante y el otro alguno de los estados del continuo no resonante (contorno). Configuraciones donde ambos neutrones se encuentren en el continuo no resonante es despreciable. Nótese que es apreciable la configuración donde los dos neutrones ocupan la resonancia $0d_{3/2}$, esto es consecuencia de la interacción residual combinado con el efecto del continuo.

| E_1 | $(0d_{3/2})^2$ | $(0f_{7/2})^2$ | $(p_{3/2})^2$ | $(g_{9/2})^2$ | $(p_{1/2})^2$ |
|--------------|-----------------|----------------|-----------------|---------------|---------------|
| polo-polo | (0.111,0.026) | (0.921,-0.013) | - | - | - |
| polo-cont | (-0.006,-0.022) | (-0.025,0.006) | - | - | - |
| cont-cont | (-0.001,0) | (0,0.001) | (-0.007,-0.007) | (0.003,0.001) | (0,0.006) |
| total | (0.104,0.005) | (0.896,-0.007) | (-0.007,-0.007) | (0.003,0.001) | (0,0.006) |

Tabla 9.4: Composición del primer estado excitado 0_2^+ del núcleo ^{26}O con energía $E_1 = (4,062, -0,310)$ MeV.

9.1. Movimiento de los polos como función de la interacción

Se analiza a continuación el comportamiento de los polos al variar la fuerza de interacción G_α . Este análisis permite mostrar cómo la interacción residual entre partículas afecta al sistema completo.

En la Fig. 9.1 se observa el corrimiento de los polos correspondientes al estado fundamental y primer estado excitado del ^{26}O al aumentar la interacción, partiendo de $G_\alpha = 0$. También se indican los estados completamente puros $(0d_{3/2})^2$ y $(0f_{7/2})^2$ (cuando la interacción es cero) que sirven para etiquetar los polos.

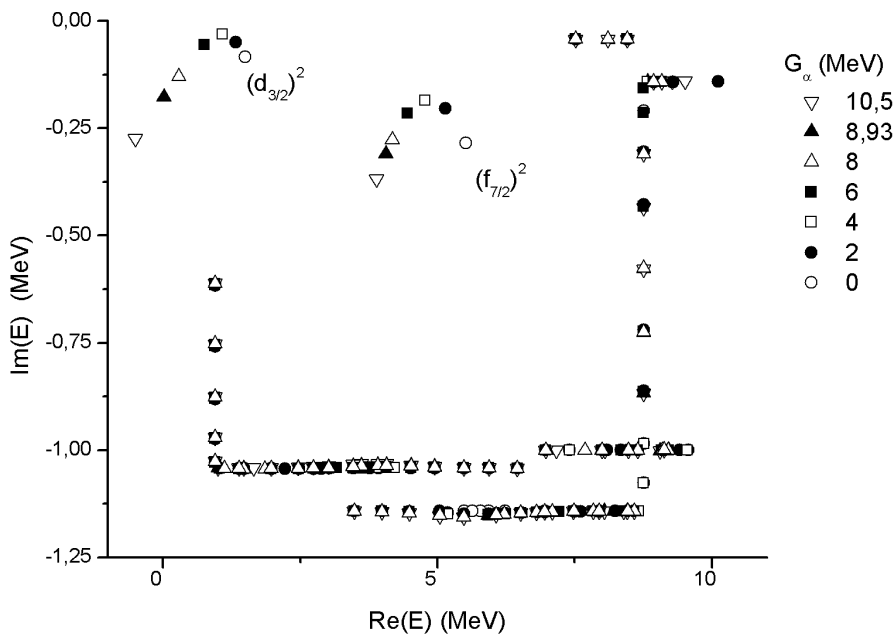


Figura 9.1: Comportamiento de los polos del ^{26}O al variar la intensidad de interacción G_α .

Se observa un comportamiento, para las resonancias, similar al observado en la resonancia del ^{18}O . Se observa que ambas resonancias se acercan al eje real a medida que se incrementa la interacción hasta que ésta toma el valor $G_\alpha = 4$ MeV. Luego, al seguir incrementando la interacción, la parte imaginaria de los polos aumenta, alejándose del eje real. Para todo el rango de G_α se encuentra que, al aumentar la interacción entre los dos neutrones de valencia, la parte real del polo decrece. Se nota además, que para interacciones lo suficientemente grande, la resonancia correspondiente a $(d_{3/2})^2$,

tiene un valor de energía negativo. Esto indica que si la interacción residual es lo suficientemente intensa, es posible encontrar al núcleo ^{26}O en un estado ligado, cuyas configuraciones serían, principalmente, las correspondientes a estados resonantes mostrados en la Tabla 9.3.

En la Fig. 9.2 se muestra el comportamiento de las resonancias con mayor detalle. Las posiciones de los polos para $G_\alpha = 8,93$ MeV, corresponde al estado fundamental resonante 0_1^+ a la energía $E_0 = (0,018, -0,177)$ MeV y al estado excitado 0_2^+ predicho a la energía $E_1 = (4,061, -0,310)$ MeV.

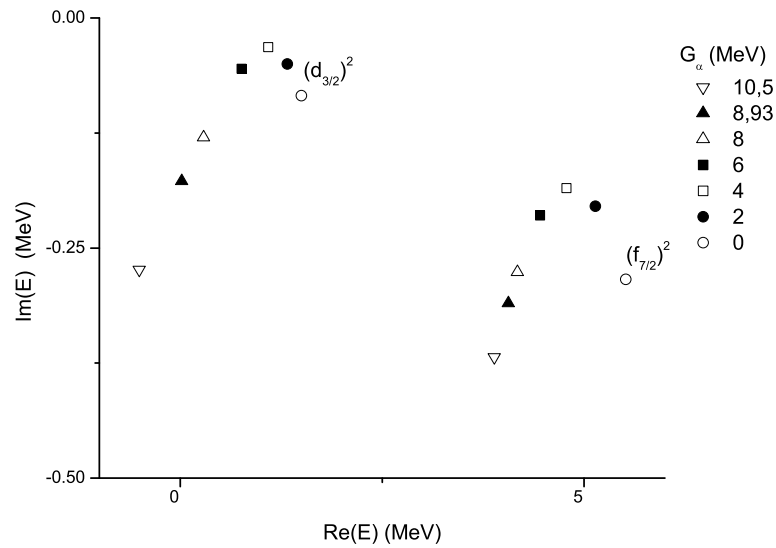


Figura 9.2: Comportamiento detallado de las resonancias al variar la intensidad de interacción

Se observa que el efecto de la interacción en ambos estados partiendo de su valor de orden cero es el de disminuir la posición del valor de la energía en el eje real. Además, ambos estados se hacen más angostos hasta un valor cercano

a $G_\alpha = 4$ MeV, luego del cual su parte imaginaria comienza a aumentar, haciendo que su tiempo de vida media disminuya.

Para el valor de interacción $G_\alpha = 8,93$ MeV se reproduce el estado fundamental no ligado a una energía muy baja de 18 keV, que se ajusta muy bien con los datos experimentales [24]. Resulta interesante ver que para interacciones mayores, pareciera que el estado fundamental resulta ligado, dado que la parte real de la energía es negativo. Esto ilustra como la interacción entre los neutrones de valencia puede hacer ligado un sistema de tres cuerpos cuando los subsistemas tomados de a pares no lo eran. Esto es, como los sistemas borromenos descritos en el Capítulo 7, lo cual demuestra que nuestro formalismo permite describir estados Borromeanos de una forma muy natural.

En la Tabla 9.5 se muestra la variación de los valores de la energía al variar G_α . Se incluye también, la variación de la composición de los estados más relevantes. La suma de los estados menos relevantes fueron también incluídos en la última columna.

| G_α (MeV) | E (MeV) | $(d_{3/2})^2$ | $(f_{7/2})^2$ | $(p_{3/2})^2$ | otros |
|------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 0 | (1.500,-0.084) | (1,0) | (0,0) | (0,0) | (0,0) |
| 2 | (1.327,-0.050) | (0.995,0.001) | (0.004,0) | (0,0) | (0,-0.001) |
| 4 | (1.089,-0.032) | (0.978,-0.001) | (0.022,-0.001) | (-0.002,0.001) | (0.002,0.001) |
| 6 | (0.760,-0.055) | (0.938,-0.011) | (0.063,0.007) | (-0.006,0.002) | (0.006 , 0.002) |
| 8 | (0.289,-0.130) | (0.876,-0.028) | (0.129,0.016) | (-0.018,0.010) | (0.013 , 0.02) |
| 8.93 | (0.018,-0.177) | (0.838,-0.038) | (0.165,0.020) | (-0.020,0.016) | (0.017,0.02) |
| 10.5 | (-0.505,-0.274) | (0.772,-0.052) | (0.227,0.023) | (-0.025,0.026) | (0.025,0.003) |

Tabla 9.5: Variación de la composición del estado E_0 al aumentar la intensidad de interacción

Se observa en la Tabla 9.5 que para $G_\alpha = 0$ el estado fundamental es simplemente la solución de orden cero, esto es, su energía es el doble de la energía del estado $d_{3/2}$ del ^{25}O , mientras su función de onda está compuesta

exclusivamente de $(d_{3/2})^2$. Al aumentar G_α la contribución de otros estados crece, haciendo que el estado sea más colectivo. Esto tiene el efecto de disminuir la parte real de la energía. Para valores lo suficientemente altos de G_α la parte real de la energía de este estado resulta negativa. Se observa que la parte imaginaria de la energía disminuye en un principio, como se notó en la Fig. 9.1 y comienza a aumentar cuando los estados del continuo toman más peso. La parte imaginaria negativa para $G_\alpha = 10,5$ MeV es un indicador que el estado no corresponde a un estado ligado del núcleo ^{26}O .

La resonancia E_1 se comporta de manera similar a la resonancia E_0 al aumentar la intensidad de interacción residual, con la diferencia de que no se hace ligada ya que se encuentra demasiado lejos en del umbral de energía continuo. Se nota que en ambos casos la suma de todos las contribuciones, de todos los estados es real $(1, 0)$. Se observa además, que la mezcla con estados del continuo es mayor que en el caso de los estados del núcleo ^{18}O .

| G_α (MeV) | E (MeV) | $(d_{3/2})^2$ | $(f_{7/2})^2$ | $(p_{3/2})^2$ | otros |
|------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|---------------|
| 0 | (5.515,-0.284) | (0,0) | (1,0) | (1,0) | |
| 2 | (5.139,-0.204) | (0.003,-0.003) | (0.996,0.002) | (-0.001,0.) | (0.002,0.001) |
| 4 | (4.780,-0.185) | (0.017,-0.008) | (0.983,0.008) | (-0.002,-0.001) | (0.002,0.001) |
| 6 | (4.455,-0.215) | (0.044,-0.011) | (0.955,0.010) | (-0.004,-0.003) | (0.005,0.004) |
| 8 | (4.176,-0.276) | (0.083,-0.003) | (0.916,0.002) | (-0.006,-0.006) | (0.007,0.007) |
| 8.93 | (4.062,-0.310) | (0.104,0.005) | (0.896,-0.007) | (-0.007,-0.007) | (0.007,0.009) |
| 10.5 | (3.890,-0.369) | (0.144,0.025) | (0.859,-0.027) | (-0.009,-0.009) | (0.006,0.011) |

Tabla 9.6: Variación de la composición de la resonancia de dos partículas E_1 al aumentar la intensidad de interacción

Finalmente, se analizan las partes real e imaginaria de las funciones de onda asociadas al estado fundamental 0_1^+ y el primer estado excitado 0_2^+ del núcleo ^{26}O para el valor $G_\alpha = 8,93$ MeV, que reproduce la energía del estado fundamental experimental.

Aún cuando es estado fundamental $E_0 = (0,018, -0,177)$ MeV no es un

estado ligado, se puede ver que la parte real de su función de onda está localizada dentro del núcleo ^{26}O . Sin embargo, su componente imaginaria es siempre considerable, por lo que este estado será inestable. Compare este comportamiento con el estado fundamental del núcleo ^{18}O . La Fig. 9.3 muestra que la parte imaginaria es siempre menor a la parte real y para radios cercanos al núcleo tiene una forma similar. Al aumentar el radio se observa que la parte imaginaria comienza a mostrar divergencias.

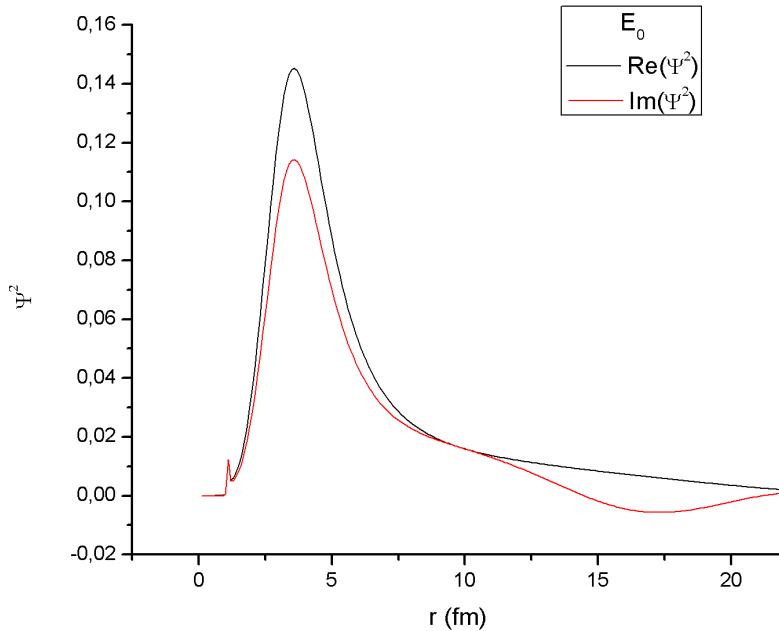


Figura 9.3: Amplitud cuadrada de la función de onda del estado fundamental resonante $E_0 = (0,018, -0,177)$ MeV, con $G_\alpha = 8,93$ MeV.

La Fig. 9.4 muestra la resonancia E_1 . Ésta tiene un comportamiento similar al de E_0 , siendo menos localizada ya que la parte real tiene un pico menos pronunciado y está distribuida más uniformemente. Nuevamente, la parte imaginaria acompaña a la parte real para radios pequeños. Se nota que la parte imaginaria presenta un comportamiento oscilatorio a distancias más

pequeñas que para el estado E_0 .

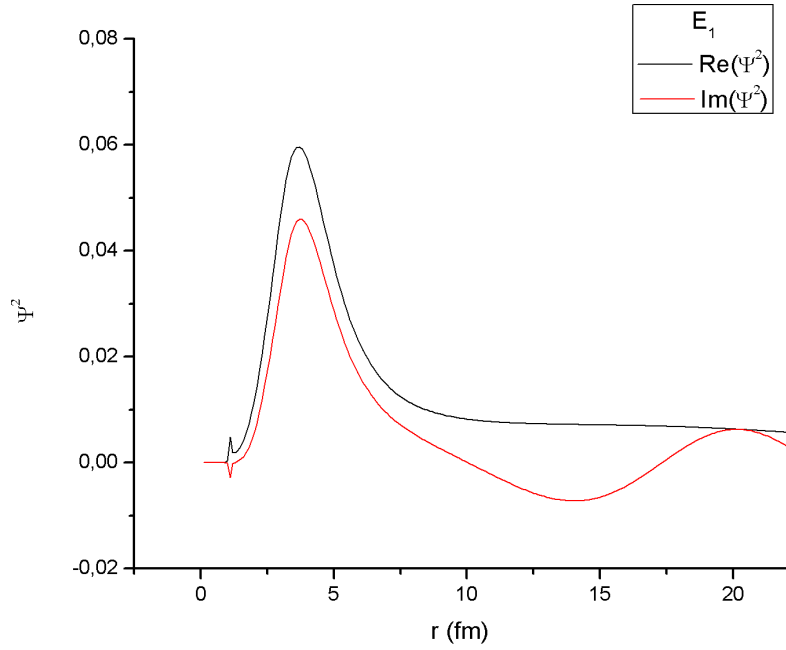


Figura 9.4: Amplitud cuadrada del estado excitado $E_1 = (4,062, -0,310)$ MeV con $G_\alpha = 8,93$ MeV.

A diferencia del caso del ^{18}O ambos estados son no ligados, ya que se trata de un núcleo lejos de la región de estabilidad. Sin embargo, debido a su comportamiento localizado y a su baja energía, la resonancia E_0 , y en menor medida E_1 , podrían observarse físicamente.

Capítulo 10

Discusión

En este trabajo se presentó el modelo de capas, desarrollándose sus puntos principales y mostrando de que manera podía extenderse para incluir elementos del continuo. Este desarrollo, junto con la aplicación a los isótopos del Oxígeno, permitió familiarizarse con los métodos de descripción del núcleo estudiados. Se pudo describir con éxito tanto los núcleos estables ^{17}O y ^{18}O como los núcleos pertenecientes a la línea de goteo ^{25}O y ^{26}O .

El modelo de capas utilizado, permitió obtener, no solo información del espectro de energía, sino también datos importantes que reflejan la estructura microscópica del núcleo, como la funciones de densidad que permiten ver la distribución espacial de los nucleones de valencia y la composición de los estados mezcla.

La expansión al plano de energías complejas con la métrica de Berggren permitió considerar elementos del continuo en la representación, permitiendo ver de manera sencilla como se mezclan los estados de scattering con los estados ligados y resonancias del sistema. Esto es una característica muy importante, particularmente si se trabaja con núcleos en la línea de goteo, donde las energías de ligadura que intervienen son bajas y por lo tanto los

efectos del continuo son más relevantes. Este método trae, por otra parte, mayor dificultad de cálculo debido a la necesidad de considerar la regularización y al gran número de elementos de la base, que resulta de discretizar los elementos del continuo de la representación de Berggren.

La elección de una fuerza efectiva de interacción entre neutrones con forma de fuerza separable es, en principio, una aproximación relativamente poco realista, aunque trae gran ventaja en el cálculo numérico y permite describir algunas propiedades de los núcleos, entre ellas el espectro de energía y la función de onda calculadas en este trabajo. El uso de una fuerza de este tipo además, permitió observar de manera clara el movimiento de los polos y la mezcla con estados del continuo al aumentar la intensidad de interacción. Esto es de gran interés ya que nos permite ver como cambian los estados ligados y resonancias bajo la influencia de la interacción residual.

Se podría obtener resultados más precisos y generales si se utiliza una fuerza de interacción entre nucleones más realista, como por ejemplo, una fuerza efectiva Gaussiana, ya que permitiría calcular el espectro completo de energía sin tener que ajustar el parámetro de interacción para cada J^π . Sin embargo este cambio traería apareado una mayor complejidad matemática y carga computacional necesarias ya que al no poder calcular las energías mediante una ecuación de dispersión, sino que habría que diagonalizar la matriz de interacción. Además, si se trabaja en el representación de Berggren es posible que algunos elementos de la matriz de interacción deban ser regularizados con el método de Zel'dovich descrito en el capítulo 3, complicando aún más el problema. A pesar de estas dificultades la aplicación de este método con una fuerza de interacción realista es viable y puede usarse para obtener descripciones mas precisas.

Como posibilidades futuras, podría obtenerse la función de densidad in-

cluyendo la variación angular, lo que permitiría analizar la distribución para distintos ángulos y observar si existen configuraciones que tienen mayor preferencia. También resulta relativamente sencillo aplicar este modelo a otros nucleidos, en particular para aquellos que pueden estudiarse como un sistema de tres cuerpos, con un carozo inerte y dos nucleones interaccionando en el espacio de valencias, como por ejemplo los núcleos Borromeanos ${}^6\text{He}$, ${}^8\text{He}$, y ${}^{11}\text{Li}$.

Bibliografía

- [1] A. de-Shalit, H. Feshbach. Theoretical Nuclear Physics, John Wiley & Sons, (1974).
- [2] M. G. Mayer, J. H. D. Jensen. Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, John Wiley & Sons (1955).
- [3] A. deShalit, I. Talmi. Nuclear Shell Theory, Academic Press, (1963).
- [4] J. Suhonen. From Nucleons to Nucleus, Springer (2007).
- [5] K. Heyde. Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics, Institute of Physics Publishing (2004).
- [6] R.J. Liotta, E. Maglione, N. Sandulescu, T. Vertse, Phys. Lett. B **367**, 1 (1996).
- [7] T. Berggren, Nucl. Phys. A **109**, 265 (1968). **56** 06-3054 (1977).
- [8] <https://www.nndc.bnl.gov>
- [9] D.R. Tilley, H.R. Weller, C.M. Cheves. Nucl. Phys. A **564** 1 (1993).
- [10] Nuclear Data Evaluation Project <http://www.tunl.duke.edu/nucldata/>
- [11] R Id Betan, R.J. Liotta, N Sandulescu, T. Vertse. Phys. Rev. Lett. C **67**, 014322 (2003).

- [12] E.B. Podgoršak, *Radiation Physics for Medical Physicists*, Springer (2016)
- [13] I. Tanihata, R. Kanungo. *Compt. Rend. Physique* **4** 437-449 (2003)
- [14] I. Tanihata, D. Hirata, T. Kobayashi, et al., *Phys. Lett. B* **289** 261 (1992).
- [15] T. Suzuki, H. Geissel, O. Bochkarev, et al., *Phys. Rev. Lett.* **75** 3241 (1995).
- [16] I. Tanihata, H. Hamagaki, O. Hashimoto, et al., *Phys. Lett. B* **160** 380 (1985).
- [17] P. Egelhof, G.D. Alkhazov, M.N. Andronenko, et al., *Eur. Phys. J. A* **15** 27 (2002).
- [18] G. Huber, F. Touchard, S. Büttgenbach, et al., *Phys. Rev. C* **18** 2342-2345 (1978).
- [19] H. Scheit, *J. Phys. Conf. Ser.* **312** 092010 (2011).
- [20] A. Ozawa, T Kobayashi, T. Susuki, K. Yoshida, I. Tanihata, *Phys. Rev. Lett.* **84** 24-5493 (2000).
- [21] C.R. Hoffman, T. Baumann, D. Bazin, et. al. *Physics letters B* **672** 17 (2009).
- [22] R. Kanungo, C. Nociforo, A. Prochazka, et al., *Phys. Rev. Lett.* **102** 152501 (2009).
- [23] R. Kanungo, I. Tanihata, A. Ozawa, *Phys. Lett. B* **528** 58–64 (2002).

- [24] Y. Kondo, T. Nakamura, R. Tanakam, et. al. Phys. Rev. Lett. **116** 102503 (2016).
- [25] R.D. Lawson. Theory of the Nuclear Shell Model. Clarendon Press, (1980).
- [26] T. Vertse, K.F. Pál, Z. Balogh. Comput. Phys Commun. **27**, 309 (1982).
- [27] R Id Betan, R.J. Liotta, N Sandulescu, T. Vertse. Phys. Rev. Lett. **89**, 042501 (2002).
- [28] T. Berggren, P. Lind. Physical Review C **47** 2 (1992).
- [29] J. Singh, W. Horiuchi, L. Fortunato, A. Vitturi. arXiv:1808.09635 [nucl-th] (2018).
- [30] G.F. Bertsch, H Esbensen. Annals of physics **209** 327 (1991).
- [31] H. Esbensen, G.F. Bertsch, K Hencken. Physical Review C **56** 063054 (1997).
- [32] D. A. Varshalovich, A. N. Moskaven, V. K. Khersonsii. Quantum Theory of Angular Momentum (1988).
- [33] R.M. Id Betan, R. de la Madrid. Nuclear Physics A **970** 398 (2018).
- [34] K. Hagino, H. Sagawa. arXiv:nucl-th/0508058 (2005).
- [35] Björn Jonson. Physics Reports **389** 1-59 (2004).
- [36] K. Hagino, H. Sagawa. arXiv:1603.03120 [nucl-th] (2016).
- [37] D. A. Divaratne, C. R. Brune, H. N. Attanayake, et. al. Physical Review C **98** 024306 (2018).

- [38] C.R. Hoffman, T. Baumann, D. Bazin, et. al. Phys. Rev. Lett. C **100** 152502 (2008).
- [39] F. M. Nunes, P. Capel, R.J. Charity, et.al. arXiv:1110.0848 [nucl-th] (2011).
- [40] E. Lunderberg, P.A. DeYoung, Z. Kohley, et. al. Phys. Rev Lett.**108** 142503 (2012).
- [41] M. Thoennesen, Z. Kohley , A. Spyrou, et. al. arXiv:1211.2178v1 [nucl-ex] (2012).
- [42] C. Caesar, J. Simonis, T. Adachi. Physical Review C **88** 034313 (2013).
- [43] L.V. Grigorenko, I.G. Mukha, M.V. Zhukov. Phys Rev. Lett. **111** 042501 (2013).
- [44] K. Hagino, H. Sagawa. arXiv:1407.3560 [nucl-th] (2014).
- [45] K. Hagino, H. Sagawa. arXiv:1410.7125 [nucl-th] (2014).
- [46] M.D. Jones, N. Frank, T. Baumann, et. al. arXiv:1512.02528 [nucl-ex] (2015).
- [47] K. Tsukiyama, T. Otsuka, R. Fujimoto. Prog. Theor Exp. Phys **93** D01 (2015).
- [48] W. F. Rogers, S. Garrett, A. Grovom, et. al. Physical Review C **92** 034316 (2015).
- [49] R. Dungan, S.L. Tabor, V. Tripathi, et. al. arXiv:1512.05191 [nucl-ex] (2016).

- [50] V. Lapoux, V. Somà, C. Barbieri, et. al. arXiv:1605.07885 [nucl-ex] (2016).
- [51] D. Hove, E. Garrido, P. Sarriguren, et. al. Physical Review C 2017 **95** 061301 (2017).
- [52] K. Fosse, J. Rotureau, N. Michel, W. Nazarewicz. Physical Review C **96** 024308 (2017).
- [53] M. Tsoneva, Nuclear Physics Group, KTH, Stockholm (2003).
- [54] C. A. Bertulani. Nuclear Physics in a Nutshell, Princeton University Press (2007).
- [55] P. Ring, P. Schuck. The Nuclear Many-Body Problem, Springer (2004).
- [56] D. M. Brink, G.R. Satchler. Angular Momentum, Oxford University Press (2002).
- [57] D.M. Brink, R.A. Broglia. Nuclear Superfluidity, Cambridge University Press (2005).
- [58] R.F. Casten. Nuclear Structure from a Simple Perspective, Oxford University Press (2005).
- [59] G.F. Bertsch. The Practitioner's Shell Model, North-Holland Publishing Company (1972).